

JIŽ 10 LET JSME S VÁMI



NÁRODNÍ INSTITUT
PRO DALŠÍ
VZDĚLÁVÁNÍ



Řešení badatelských úloh turnaje mladých fyziků

Kolektiv autorů

Editor Hynek Němec

Vydal Národní institut pro další vzdělávání

Senovážné nám. 25

110 00 Praha 1

ISBN 978-80-86956-81-7

Řešení badatelských úloh turnaje mladých fyziků

**Doporučení k řešení úloh
Turnaje mladých fyziků,
jejich využití ve výuce fyziky,
a příklady řešení
vypracovaných účastníky
27. ročníku soutěže**

Kolektiv autorů

Hynek Němec, editor

Titulní strana:
Vlny na povrchu vody v kruhové nádobě umístěné na kmitající podložce.
Archiv týmu Gymnázia Cheb.

Řešení badatelských úloh turnaje mladých fyziků



**Doporučení k řešení úloh
Turnaje mladých fyziků,
jejich využití ve výuce fyziky,
a příklady řešení
vypracované účastníky
27. ročníku soutěže**



Kolektiv autorů



Hynek Němec, editor

Řešení badatelských úloh turnaje mladých fyziků

©Vydal Národní institut pro další vzdělávání

ISBN xxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxxx

Obsah

1. Úvod	4
2. Zadání úloh 27. ročníku Turnaje mladých fyziků.....	6
3. Jak začít s TMF?	10
4. Proč a jak se účastnit Turnaje mladých fyziků?.....	12
5. Turnajisté o Turnaji 2014	15
6. Doporučení k řešení a k prezentaci úloh.....	19
7. Zpracování a zobrazování dat.....	32
8. Řešení úlohy „Gumičkový pohon“ (Rubber motor)	53
9. Řešení úlohy „Olejové hvězdy“ (Oil stars)	67
10. Řešení úlohy „Hologram“	80
11. Posudek úlohy „Hologram“	96
12. Řešení úlohy „Magnetické brzdy“ (Magnetic brakes).....	99
Autoři	108

1. Úvod

Hynek Němec

Turnaj mladých fyziků (Turnaj, TMF) je ojedinělou soutěží středoškolských studentů. Jeho účastníci nejsou pouze podrobováni testování znalostí, ale jejich úkolem je v průběhu několika měsíců vyřešit velmi obecně zadané úlohy (příklady zadání jsou uvedeny v kapitole 2), a zejména pak v následné hodnocené vědecké diskuzi prezentovat a obhajovat svoje řešení a rozebírat řešení soupeřů. Tímto se Turnaj vymyká běžnému pojetí středoškolské fyziky a přibližuje se vědecké práci i praktickému uplatnění fyziky v zaměstnání nebo v podnikání. Ač je Turnaj koncipován jako mezinárodní soutěž, jeho úlohy lze využít i ve výuce fyziky a podpořit tak v rozvoji talentované studenty se zájmem o fyziku. Tyto úlohy bývají nesmírně komplexní a kladou tak nesmírné nároky jak na studenta, tak na přípravu učitele.

Cílem tohoto sborníku je poskytnout studentům i učitelům návrhy a inspiraci, jak lze k řešení úloh přistupovat. Především, že řešením úloh Turnaje není Fata Morgana zvaná „jediný zaručeně správný výsledek“. Nejedná se o úlohy z cvičebnice, na jejímž konci by byl uveden výsledek a správný postup řešení. Jedná se o úlohy, které se dotýkají živých problémů, jejichž řešení je dodnes nezřídka předmětem diskuzí. Nemůže nás proto překvapit, že u většiny úloh lze použít více způsobů řešení, jimiž lze dospět k rozmanitým výsledkům. To, že použitá řešení jsou různá, ještě neznamená, že by některé z nich bylo špatně – může se jednat o pohled na tutéž věc z jiného úhlu, či o jinak pochopené zadání. Od tohoto sborníku proto můžete očekávat pouze obecnější doporučení, čemu se lze při řešení úloh věnovat, jak řešení prezentovat, nebo čeho se vyvarovat. Neočekávejte návod ve formě soupisu bodů, jejichž sledováním *zaručeně* dospějete ke (správnému) výsledku – fyzika je podstatně rozmanitější. Kritické uvažování je na místě nejen při řešení fyzikálních úloh, ale i v dalších oblastech běžného života.

Začínajícím řešitelům v Turnaji je určena kapitola 3, v níž jsou uvedeny základní informace a odkazy na zastřešující organizace. Zkušenosti řešitelů nedávných ročníků Turnaje (kapitoly 4 a 5) jsou cenné pro všechny zúčastněné a poskytují mimo jiné velmi dobrou motivaci pro budoucí účastníky Turnaje. Popsané postřehy také zachycují „zákulisi“ příprav na soutěž, počínaje seznámením se s úlohami, a vystupováním na mezinárodním Turnaji konče. Uvědomíme si, že řešení úloh Turnaje je potřeba věnovat značné všestranné úsilí (kromě vlastního řešení je nutné organizovat práci týmu, rozdělit práci, plánovat využití experimentálních zařízení a další); na druhou stranu tím získáme nedocenitelné zkušenosti.

Obecná doporučení k řešení úloh jsou diskutována v kapitole 6 – rozmanitost úloh vylučuje možnost uvést univerzální přístup. V této kapitole se také budeme zabývat prezentací řešení, problematikou hodnocení úloh a činnosti poroty. Zpracování, analýza a grafická prezentace dat jsou neoddělitelně spjata s řešením většiny úloh Turnaje. Znalost možných chyb v experimentálních pozorováních umožní odhadnout spolehlivost získaných výsledků. Výstupní graf nebo tabulka shrnují výsledky leckdy mnohaměsíční intenzivní práce týmu lidí, proto je jejich přípravě nutné věnovat odpovídající pozornost. Těmto důležitým tématům se proto věnuje kapitola 7.

Klíčovou částí sborníku jsou řešení vybraných úloh 27. ročníku Mezinárodního turnaje mladých fyziků (International Young Physicists' Tournament, IYPT) vypracovaná účastníky republikového finále (kapitoly 8, 9 a 12). Tyto příspěvky názorně ilustrují, jak lze při řešení úloh skutečně postupovat; mohou tak sloužit jako zdroj nápadů pro budoucí účastníky soutěže, nebo jako inspirace například pro ročníkový projekt ve výuce fyziky. Současně mohou zájemce o Turnaj přesvědčit o tom, že jeho úlohy nejsou neřešitelné. Příspěvky jsou také ukázkou toho, jak vynikajícím způsobem zvládají studenti řešit a prezentovat velmi komplexní úlohy. Možnost využít úloh mimo Turnaj pak demonstrovuje práce *Hologram* (kapitola 10), kde téma úlohy Turnaje bylo použito k vypracování práce pro Středoškolskou odbornou činnost ve fyzice. Pro budoucí řešitele je užitečný i pohled na řešení z druhé strany – z pozice hodnotitele, zkušenějšího vědeckého nebo pedagogického pracovníka. K úloze *Hologram* je proto v kapitole 11 podán ucelený rozbor prezentovaného řešení úlohy.

Nejdůležitější v Turnaji je nebát se – a do Turnaje jít. Příspěvky prezentované studenty ve sborníku dokazují, že i složitě vypadající úlohy se dají úspěšně vyřešit. A i když v Turnaji nezmůžete, odnesete si z něj do dalšího života dovednosti a zkušenosti, jak se lze se složitými problémy vypořádat.

Chtěl bych na tomto místě také upřímně poděkovat učitelům, kteří družstvo na Turnaj připravují. Je to práce skrytá, náročná, nedocenitelná – a bohužel mnohdy i nedocenená. Je nutné si uvědomit, že se vedoucí družstvu často věnuje i ve svém volném čase; navíc je to aktivita, která vyžaduje mimořádný všeobecný rozhled a vysoké pracovní nasazení.

Stručná historie Turnaje

Turnaj mladých fyziků byl původně založen na Fyzikální fakultě Moskevské univerzity v roce 1979 a nejprve probíhal jako soutěž žáků moskevských středních škol; od roku 1985 se mohly účastnit libovolné školy tehdejšího Sovětského svazu. Ve svém 10. ročníku se otevřel i dalším zemím a probíhal jako 1. Mezinárodní turnaj mladých fyziků neboli International Young Physicists' Tournament (IYPT). U zrodu Mezinárodního turnaje mladých fyziků v roce 1987 stáli fyzikové z Moskevské státní univerzity, zahraniční fyzikové a didaktikové fyziky, z československých pracovníků Zdeněk Kluiber. V roce 1997 se jubilejní 10. ročník Mezinárodního turnaje mladých fyziků konal v Chebu a zvítězila v něm družstva z České republiky a z Maďarska. Mezinárodního Turnaje se nyní pravidelně účastní kolem 30 družstev z celého světa.

V České republice zajišťuje organizaci Turnaje Český výbor TMF při Jednotě českých matematiků a fyziků. Do Mezinárodního turnaje postupuje za Českou republiku vítězná družstva z republikového finále.

2. Zadání úloh 27. ročníku Turnaje mladých fyziků

Český překlad

1. Vynalezněte sami

Je známo, že některé elektrické obvody vykazují chaotické chování. Sestrojte jednoduchý obvod s touto vlastností a zkoumejte jeho chování.

2. Hologram

Tvrdí se, že hologram může být vytvořen ručně poškrábáním kusu plastu. Vytvořte takový „hologram“ s písmeny „LYPT“ a prozkoumejte, jak funguje.

3. Zkroucený provaz

Držte provaz a jeden jeho konec kručte. V určitém okamžiku provaz vytvoří šroubovici nebo smyčku. Zkoumejte a vysvětlete úkaz.

4. Zvuk koulí

Když jsou dvě tvrdé ocelové koule nebo něco podobného jemně přivedeny do vzájemného kontaktu, ozve se neobvyklý „cvrlikavý“ zvuk. Zkoumejte a vysvětlete původ a charakter tohoto zvuku.

5. Obruč se zátěží

Přípevněte malou zátěž dovnitř obruče a uveďte obruč do pohybu počátečním postrčením. Zkoumejte pohyb obruče.

6. Bublínkový krystal

Velké množství velmi malých podobných vzduchových bublinek plave na povrchu mýdlové kapaliny. Bublínky se uspořádají do pravidelného vzoru podobného krystalové mřížce. Navrhněte metodu pro získání bublinek stejné velikosti a zkoumejte vytváření takového bublínkového krystalu.

7. Hrnc v hrnci jako lednička

Lednička tvořená hrncem v hrnci je zařízení, které udržuje jídlo studené využitím principu chlazení vypařováním. Sestává z hrnce umístěného uvnitř většího hrnce, přičemž prostor mezi nimi je vyplněn vlhkým pórovitým materiálem, např. pískem. Jak můžeme dosáhnout nejlepšího chladicího efektu?

8. Mražení kapek

Umístěte vodní kapku na desku ochlazenou na cca -20°C . Při ochlazování se tvar kapky může stát kuželovitým s ostrým vrcholem. Prozkoumejte tento jev.

9. Vodní bomby

Někteří studenti jsou neúspěšní při soubojích s vodními balonky, protože jimi házené balonky se odrážejí, aniž prasknou. Zkoumejte pohyb, deformaci a odraz balonku naplněného kapalinou. Za jakých podmínek balonek praskne?

10. Koeficient difuze

Pozorujte mikroskopem Brownův pohyb částice o velikosti řádově mikrometr. Prozkoumejte, jak koeficient difuze závisí na velikosti a tvaru částice.

11. Svíčka jako elektrárna

Navrhněte zařízení, které mění teplo plamene svíčky na elektrickou energii. Zkoumejte, jak různé aspekty zařízení ovlivní jeho účinnost.

12. Chladný balón

Když vzduch uniká z nafouknutého gumového balónu, stává se jeho povrch na dotyk chladnější. Prozkoumejte parametry, které ovlivňují ochlazování. Jaká je teplota různých částí balónu jako funkce příslušných parametrů?

13. Rotující sedlo

Míč je umístěn doprostřed rotujícího sedla. Zkoumejte jeho dynamiku a vysvětlete, za jakých podmínek míč ze sedla nepadne.

14. Gumičkový pohon

Energie uložená ve zkroucené gumové pásce může být užita např. k pohonu modelu letadla. Zkoumejte vlastnosti tohoto zdroje energie a zjistěte, jak se jeho výkon mění s časem.

15. Olejové hvězdy

Jestliže tlustá vrstva viskózní kapaliny (např. silikonového oleje) vertikálně vibruje v kruhové nádobě, mohou být pozorovány symetrické stojaté vlny. Kolik os symetrie mají tyto vlnové obrazce? Prozkoumejte a vysvětlete tvar a chování obrazců.

16. Magnetické brzdy

Když padá silný magnet neferomagnetickou kovovou trubicí, působí na něj brzdící síla. Prozkoumejte tento jev.

17. Čokoládová hystereze

Čokoláda při pokojové teplotě vypadá jako tuhý materiál, ale taje, když je ohřata na přibližně tělesnou teplotu. Když je znovu ochlazena, často zůstává roztavená i při pokojové teplotě. Prozkoumejte teplotní rozsah, v němž čokoláda může být jak v roztaveném, tak v „pevném“ stavu, a jeho závislost na příslušných parametrech.

Originální zadání úloh

Mezinárodního Turnaje mladých fyziků

1. Invent yourself

It is known that some electrical circuits exhibit chaotic behaviour. Build a simple circuit with such a property, and investigate its behaviour.

2. Hologram

It is argued that a hologram can be hand made by scratching a piece of plastic. Produce such a 'hologram' with the letters 'IYPT' and investigate how it works.

3. Twisted rope

Hold a rope and twist one end of it. At some point the rope will form a helix or a loop. Investigate and explain the phenomenon.

4. Ball sound

When two hard steel balls, or similar, are brought gently into contact with each other, an unusual 'chirping' sound may be produced. Investigate and explain the nature of the sound.

5. Loaded hoop

Fasten a small weight to the inside of a hoop and set the hoop in motion by giving it an initial push. Investigate the hoop's motion.

6. Bubble crystal

A large number of very small, similar air bubbles float on the surface of a soapy liquid. The bubbles will arrange themselves into a regular pattern similar to a crystalline lattice. Propose a method to obtain bubbles of a consistent size, and investigate the formation of such a bubble crystal.

7. Pot-in-pot refrigerator

The 'pot-in-pot refrigerator' is a device that keeps food cool using the principle of evaporative cooling. It consists of a pot placed inside a bigger pot with the space between them filled with a wet porous material, e.g. sand. How might one achieve the best cooling effect?

8. Freezing droplets

Place a water droplet on a plate cooled down to around $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$. As it freezes, the shape of the droplet may become cone-like with a sharp top. Investigate this effect.

9. Water bombs

Some students are ineffective in water balloon fights as the balloons they throw rebound without bursting. Investigate the motion, deformation, and rebound of a balloon filled with fluid. Under what circumstances does the balloon burst?

10. Coefficient of diffusion

Using a microscope, observe the Brownian motion of a particle of the order of micro-metre in size. Investigate how the coefficient of diffusion depends on the size and shape of the particle.

11. Candle Power Plant

Design a device that converts the heat of a candle flame into electrical energy. Investigate how different aspects of the device affect its efficiency.

12. Cold balloon

As air escapes from an inflated rubber balloon, its surface becomes cooler to the touch. Investigate the parameters that affect this cooling. What is the temperature of various parts of the balloon as a function of relevant parameters?

13. Rotating saddle

A ball is placed in the middle of a rotating saddle. Investigate its dynamics and explain the conditions under which the ball does not fall off the saddle.

14. Rubber motor

A twisted rubber band stores energy and can be used to power a model aircraft for example. Investigate the properties of such an energy source and how its power output changes with time.

15. Oil stars

If a thick layer of a viscous fluid (e.g. silicone oil) is vibrated vertically in a circular reservoir, symmetrical standing waves can be observed. How many lines of symmetry are there in such wave patterns? Investigate and explain the shape and behaviour of the patterns.

16. Magnetic brakes

When a strong magnet falls down a non-ferromagnetic metal tube, it will experience a retarding force. Investigate the phenomenon.

17. Chocolate hysteresis

Chocolate appears to be a solid material at room temperature but melts when heated to around body temperature. When cooled down again, it often stays melted even at room temperature. Investigate the temperature range over which chocolate can exist in both melted and 'solid' states and its dependence on relevant parameters.

3. Jak začít s TMF?

David Wagenknecht, srpen 2014

Turnaj mladých fyziků (TMF) je bezpochyby jedinečná soutěž, která všem zúčastněným přinese naprosto odlišné zkušenosti od jiných středoškolských soutěží, jako jsou například předmětové olympiády nebo korespondenční semináře. Důvodem je především zajímavost úloh a neurčitost jejich zadání, ale též styl práce podobající se skutečnému vědeckému bádání nebo způsob obhájení svých výsledků ve *fyzikálních soubojích* (prezentace jednotlivých týmů před odbornou porotou). Tento příspěvek by ale rád oslovil čtenáře, který doposud s touto soutěží nemá zkušenosti a hledá možnosti, jak s ní začít. Potřebné náležitosti jsou přitom obdobné, ať již je čtenář středoškolským studentem nebo pedagogem. Dobrou inspirací jsou zkušenosti řešitelů Turnaje popsané v kapitolách 4 a 5.

Na oficiálních mezinárodních stránkách <http://iypt.org> jsou nejdůležitější informace včetně aktuálních zadání. Pro českého účastníka je možná i podstatnější web Jednoty českých matematiků a fyziků, která TMF zastřešuje v ČR. Na <http://www.icmf.cz/tmf> naleznete nejen oficiální český překlad zadání, ale též pravidla národní části a přihlášky do regionálních kol (formální přihlášení je zpravidla nutné do konce října). V případě nejasností neváhejte někoho z organizátorů kontaktovat se svými dotazy.

Důležitou charakteristikou soutěže je její týmová podoba – ideálně by se měl zapojit pětičlenný tým. Prvním krokem k účasti je tedy jeho sestavení, v nejlepší případě ze studentů jedné školy a se záštitou vyučujícího fyziky coby vedoucím. Dle stanov se mohou zapojit i týmy zastřešené jinou organizací, například zájmovým kroužkem nebo občanským sdružením. Proč se tedy nejlepší studenti nespojí v jednom týmu a všechny ostatní porazí? Praxe ukazuje, že extrémně důležitá je hlavně častá komunikace a intenzivní práce na úlohách, například při hodinách fyziky. Smíšený tým není ideální a sestavujte ho, jen pokud se to nepodaří v rámci jedné školy. Extrémním případem je jeden z kurzů Talnetu spojující studenty, kteří se chtějí TMF účastnit a vlastní tým nemají; je založen na online komunikaci a veškerou organizaci řeší za Vás – i přes to (právě proto) je pro nováčky vhodný: <http://www.talnet.cz/nft>.

„Dobrá, TMF mě velmi zaujal, dokázal(a) jsem sestavit tým, ale jak začít s prací na úlohách a jak by mělo jejich řešení vypadat?“ Za tímto účelem je nevhodnější se podívat na některé starší texty nebo prezentace, jako jsou příklady uvedené v tomto sborníku, nebo rozsáhlejší soubory na jednom z následujících odkazů: <http://archive.iypt.org/solutions>, <http://www.talnet.cz/ukazkypracovanychulohtmf>. Zajímavá mohou být i videa ze soutěžních fyzikálních soubojů, které jsou v archívech jednotlivých ročníků (odkazy na ně: <http://iypt.org/Tournaments>). Jen je třeba mít na paměti, že uvedené materiály patří k těm nejlepším (možná i na světě) a kvůli jejich kvalitě „neházet flintu do žita.“ Stejně tak může být každý (právem) znepokojen obtížností úloh při prvním přečtení zadání; jsou totiž zadané velmi obecně a ne vždy je jasné,

jak začít s řešením. S tímto problémem pomáhá *Reference Kit* obsahující ke každé úloze doporučený seznam základní literatury. Každoročně ho publikuje Ilya Martchenko na svém webu: <http://kit.ilyam.org>.

Dalších doporučení pro soutěžní týmy by bylo mnoho (a alespoň některá z nich jsou zmíněna v tomto sborníku), ale pak by zdánlivá složitost každého spíše odradila. Například lze navázat spolupráci s univerzitou nebo s jiným akademickým pracovištěm; to ale neznamená, že úlohy nelze úspěšně řešit i jen se základním vybavením. V každém případě ale platí, že nejcennější zkušenosti lze získat jedině samotnou účastí v soutěži, třeba i s vědomím, že to hned poprvé nebude korunováno zlatou medailí. Obzvláště v Turnaji mladých fyziků platí okřídlené přísloví: „Není důležité vyhrát, ale zúčastnit se!“

4. Proč a jak se účastnit Turnaje mladých fyziků?

Ngo Ngoc Anh

O Turnaji mladých fyziků se říká, že je jednou z nejnáročnějších soutěží pro středoškolské studenty. Tato slova můžu potvrdit, za celé své studium jsem se nesetkala se soutěží, která by byla takto komplexní pro můj další osobní rozvoj. Soutěž v sobě nese prvky odborné práce, asertivní debaty a hlavně a především týmové práce. Celou přípravou Vás navíc provází cizí jazyk, konkrétněji angličtina, latina moderní vědy.

Vím, že předchází odstavec působí trochu strašidelně. Sama jsem se toho zprvu bála a nevěděla jsem, jestli do toho mám jít nebo ne. Nejedná se totiž o klasickou olympiádu nebo předmětovou soutěž „přijdu – vyřeším příklady – odejdu“, ale jsou za tím měsíce tvrdé a obětavé práce, která se ne vždy musí zúročit. Určitě nejlepší motivací je zažít průběh soutěže na vlastní kůži, třeba jen v roli pozorovatele. Člověk takto získá mnohem lepší představu o tom, o č tu běží. A pevně věřím tomu, že zvědaví studenti, kteří mají rádi nové výzvy, neodolají a budou to chtít zkusit taky.

Ale jak? Nejprve se zkuste zeptat ve Vaší škole, zda se náhodou nebude této soutěže účastnit. Výhoda týmu složená ze žáků stejné školy je ta, že se mnohem lépe koordinuje příprava, protože můžete pracovat společně a relativně často. Pokud Vaše škola Turnaj z nějakého důvodu nedělá, nevěšete hlavy. Můžete se zapojit do týmu Talnetu (organizace specializující se na práci s talentovanou mládeží), kde se setkáte s lidmi z různých koutů republiky. Úskalí spatříte nejspíše v tom, že to hodně bude o Vaší individuální přípravě, prezenční schůzky nebývají příliš časté.

Ze všeho nejdůležitější je mít dobrou týmovou partu, schopného vedoucího týmu a kvalitní zázemí, které Vám umožní řešit všechny úlohy bez rozdílů. Soutěž je stavěná na týmové spolupráci mezi členy, proto je výhodné nemít mezi sebou rozbroje (týmu zrovna neprospěje, když jsou jeho členové na nože). Šestým a asi tím nejdůležitějším členem týmu je vedoucí. Organizuje a řídí přípravu týmu, zpravidla se podílí na konzultacích o úlohách. Bez kvalitního vedoucího, který své studenty dokáže správně motivovat, to asi ani nejde. Náš vedoucí (Mgr. Jan Dirlbeck) je a bude hnacím motorem našeho týmu, bez kterého by nám asi brzy došly síly i motivace. Co se zázemí týče, myslím tím hlavně prostor pro konzultace na odborných pracovištích (univerzity, laboratoře apod.). Pro základní hrátky s úlohami bohatě postačí klasická školní laboratoř fyziky, některé pokusy lze provádět v klidu i doma. Náš tým měl vždycky výborné zázemí, od kvalitně vybavené laboratoře po možnost jezdit po vědeckých pracovištích a konzultovat úlohy.

Samotná příprava je dlouhá a náročná. Jako všechny činnosti provázející náš život se neobejde bez odříkání a určitých obětí. Náš tým to má nastavené tak, že se scházíme většinu sobot a část prázdnin. Když se blíží nějaký důležitý termín (např. odevzdávání

protokolů či jednotlivá soutěžní kola), pracujeme na úlohách místo vyučování. Příprava zabere opravdu hodně času a dalece přesahuje rámec běžné výuky. Ono se to nezdá, ale každá úloha vyžaduje vlastní specifický přístup a osobní přínos autora, ke kterým se hlavně v začátcích hledá cesta velmi těžko. Jde podle mě hlavně o to se toho nebát a podívat se na věci z různých úhlů pohledu. Někdy i zdánlivě úplně špatná cesta Vás může přivést k té správné, kde se budete cítit jako ryba ve vodě. Chce to jen čas a toho je od září tak cca do prosince dostatek.

Prvním krokem při řešení jakékoli úlohy by měl být její rozbor. Jednoduše vezměte zadání a podtrhněte si v něm pojmy, na které se budete ve své práci soustředit. Poté byste měli vyhledat všechno, co už o problému někdy někdo napsal. Nechcete přeci žít v domněnī, že jste vymysleli převratnou teorii, když už před Vámi byla publikována. Velice nápomocnou věcí je Kit (soubor všech podle autorů relevantních odkazů týkající se dané problematiky), který vydává jeden z předních mezinárodních porotců Ilya Martchenko a kolektiv. Nespoléhejte se pouze na to, co Vám někdo předhodí, pátrat můžete i sami, na internetu, v učebnicích, v knihovnách... Míst, kde byste mohli narazit na nějaké vodítko je spousta. Dále pak alespoň zběžně pročtete vyhledané materiály. Nepotřebujete se je nabířovat nazpaměť, bohatě postačí, když budete rámcově vědět, co v kterém materiálu najdete, až to budete potřebovat. Díky pročítání byste měli získat základní přehled o tom, co Vás nejspíše čeká a nemine, jaké parametry nejspíše budou hrát klíčovou roli apod. Nemělo by to ale být tak, že vezmete studii, celou ji (v lepším případě se zdrojem) zahrnete do svého řešení a budete se cítit jako mistři světa. TMF je hlavně o invenci, o nových nápadech pocházejících z Vašich hlav. Nehleď na to, že porota pozná, pokud pouze bezhlavě přejímáte řešení jiných a plusové body Vám to za žádných okolností nepřidá, spíše naopak. Pokud se rozhodnete ve Vaší práci přece jen nějakou cizí práci využít, nezapomeňte vše řádně ocitovat dle příslušné normy. Totéž platí v případě obrázků či Vašich vlastních překladů.

Prokrastinace je mocný pán. Zejména pokud nabydete dojmu, že termíny jsou ještě daleko, a tudíž není třeba věnovat přípravě tolik času. Z vlastní zkušenosti ale můžu potvrdit, že se opravdu nevyplatí přípravu odkládat nebo jenom zanedbávat. Promítne se to především do Vaší práce a její kvality. Protokoly samotné už se píšou docela lehce, ale musíte pro to mít dostatek podkladů a tzv. „nevařit z vody“, zejména pokud se jedná o protokol hodnocený. Jak jsme se mohli přesvědčit v 27. ročníku, rozdíl mezi týmy může být i několik málo setin bodu. Kvalitní protokol by měl obsahovat srozumitelnou a ověřenou teorii, matematizaci problematiky a kvalitní experimentální výsledky, které budou v závěru konfrontovány s teoretickými poznatky. Každý si ale musí najít tu svou cestu k „ideálnímu“ protokolu sám. Osobně jsem se vždy snažila o věcnou správnost a hodně jsem využívala náčrtů pro lepší pochopení mnou prezentovaných teorií. Také jsem si vždy zakládala na kvalitně provedených fotografiích, které ilustrovaly postup, průběh a výsledek jednotlivých experimentů.

Snažte se co nejefektivněji využít konzultace na odborných pracovištích, ať už k podrobným měřením nebo jen debatou nad možnostmi řešení úlohy. Když už narazíte na ochotné konzultanty, je určitě užitečné z jejich vědomostí a zkušeností vytěžit to nejlepší pro Vaše řešení. Mně vždy nejvíc pomáhali co se vymyšlení a řešení matematizace týče, protože tohle bylo vždy mou slabinou, kterou jsem se snažila kompenzovat jinými způsoby.

Po protokolech přicházejí na řadu prezentace. Vaším úkolem v této fázi je vzít protokol a příp. jeho hodnocení a přepracovat jej do prezentovatelné podoby tak, abyste se vešli do daného časového limitu (pro regionální kolo je to 10 minut). U hodnocených povinných úloh vypilujte všechno, co Vám bylo vytýkáno porotou v hodnocení. Ukážete tak schopnost pracovat s chybami a poučíte se z nich. Každý píše a dělá prezentace jinak. Neexistuje žádná doporučující příručka, která by Vám určovala, co má a nemá ve Vaší prezentaci být. Můžete si jenom přečíst doporučení od lidí, kteří mají s prezentacemi na Turnaji bohaté zkušenosti a kteří se s Vámi o tyto zkušenosti rádi podělí. Já osobně doporučuji mít prezentaci vhodně strukturovanou, přehlednou, méně textu, hodně obrázků (všechny se zdrojem) a hlavně nezapomenout všechno na závěr sesumírovat a shrnout. Do prezentace se snažte zakomponovat všechno podstatné, nevynechávejte náčrty a nákresy, o fotografiích ani nemluvím. Text je lepší mít pouze v bodech, protože budete sami v podvědomí vědět, že Vaše prezentace je jen kostrou a že důležitý je Váš ústní projev a vystupování. S tím vším Vám mohou pomoci konzultanti, část našeho týmu měla dva roky konzultace speciálně k prezentacím a ústnímu projevu. Kromě prezentací pro referenty si sestavte jednotnou šablonu pro oponentury a recenze. Vždycky je lepší, když všichni tři diskutující mají oporu v podobě prezentace. Do prezentace na oponenturu byste měli zahrnout shrnutí referentovy prezentace, silné a stinné stránky a poté také jednotlivé body, které budou předmětem následné diskuze. U recenzenta stačí souhrn referentovy prezentace a hodnocení referenta, oponenta a diskuze.

Po všech přípravách už zbývá „jen“ přijít na regionální kolo a prodat tam všechno, co máte připraveno. Klíčem k úspěchu jsou nejen Vaše znalosti a vědomosti, musíte se umět také tzv. prodat. Fyzikální souboje (fyzboje) jsou nejen o Vašich vynikajících znalostech, ale také o způsobu, jakým je prezentujete veřejně. Určitě doporučuji si předem vyzkoušet, jestli se Vaše prezentace vejde do stanoveného časového limitu. Doporučuji také ke všem úlohám, které děláte, připravit otázky, které můžete využít při oponenturách a recenzích. Nebudete si pak lámat hlavu nad tím, na co se soupeřů vlastně máte zeptat. Další tip je vytvořit si přehled, který člen týmu má kterou úlohu a jestli je prezentovatelná, nebo nikoli, v němž budete mít jasný přehled o tom, které úlohy můžete prezentovat a které spíše oponovat. A poslední tip je mít jedny tvrdé desky do ruky (nemusíte je mít při prezentování, pokud Vám vadí tak jako mě) a spoustu lepíků, na které budete svému kolegovi psát poznámky, když se dostane do úzkých. Vzájemnou komunikaci ale musíte vypilovat sami, každý tým má své vlastní způsoby, jak spolupracovat. Určitě nestačí spolehat jen na vědomosti a schopnost debaty, potřebujete mít na svou stranu nakloněné štěstí, hlavně na prezentace referenta, za které je nejvíce bodů. I kdyby se to nepovedlo, je to jen soutěž a všechna zklamání jednou přebolí.

Přeji všem současným a budoucím řešitelům Turnaje, aby je jejich práce naplňovala tak jako mě po ty tři roky, které jsem strávila v tomto velice inspirujícím prostředí. Hlavně se z toho nezbláznit, když nejde o život, jde o... víte co ?

5. Turnajisté o Turnaji 2014

Řešitelský tým Mendelova Gymnázia Opava, Adam Šťastný, Jan Mazáč, Daniel Štěrba, Dalibor Repček, Tomáš Lamich

V následujícím textu bychom Vám chtěli nejen přiblížit, jak jsme se potýkali s řešením letošního Turnaje mladých fyziků, ale zároveň dát několik drobných rad a předat pár zkušeností.

Pro náš tým (tj. Tým Mendelova gymnázia Opava) začal TMF 2014 ihned poté, co skončil ročník předešlý. S tím ani jeden ze členů našeho týmu nepočítal, ale organizátoři byli zkrátka velmi aktivní a zadání oněch 17 problémů, které nás provázely tímto rokem, zveřejnili dříve, než jsme očekávali. Právě proto se původně plánované posezení nad uplynulým ročníkem změnilo v horečné seznamování se s úkoly novými. Zde jsme si také poprvé zhruba rozdělili jednotlivé problémy. Bylo nás pět, a tak jsme se dohodli, že kapitán a jeden „dobrovolník“ dostanou po 4 úkolech, zbylí tři členové týmu budou mít 3 úlohy každý. Nejprve jsme si každý sám pro sebe napsal, které z úloh by chtěl řešit. Poté jsme si vše dali dohromady a měli jsme před sebou první nástin toho, co se komu líbí. Je snad jasné, že došlo k tomu, že třeba tři lidé chtěli zkoumat jednu a tutéž úlohu a o dalších několika problémů nejevil nikdo zájem. Bylo třeba však mít již od počátku nějakou představu, kdo bude na čem pracovat, a proto jsme se gentlemany dohodli: méně zkušenější dostali právo vybírat jako první, pokud někdo jiný měl o některou z úloh enormní zájem, domluvilo se, že na ní budou spolupracovat a takto vzniklo na začátku rozdělení problémů mezi nás, kterého jsme se vlastně drželi až do konce. Je záhodno ještě ale poznamenat, že již v tuto chvíli byli mezi úlohami kandidáti na odmítnutí a na neřešení. Byly to povětšinou problémy z oblastí, kde jsme si s našimi dosavadními znalostmi nebyli příliš jisti, kde jsme si nedokázali představit experimenty atp. Mezi tyto „neoblíbené“ problémy bychom asi zařadili *Koeficient difuze* nebo *Rotující sedlo*. Některé z úloh, které se zpočátku zdály jako neřešitelné a nikomu se do nich nechtělo (*Hologram*, *Bublinový krystal*), se postupem času ukázaly jako jednoduché; naopak mnoho z úkolů, o které byla málem bitva, se ukázaly být víc než obtížné – jmenujme například *Olejové hvězdy* a problémy, které vznikaly nejen při experimentech (silikonový olej, který byl doporučován pro vytvoření tohoto druhu stojatých vln, se totiž po prvních pokusech ukázal být resistentní vůči všem nám dostupným čisticím prostředkům a naše školní laboratoř klouže na některých místech doted), dále pak například *Elektromagnetické brzdy* a jejich nesnadný matematický popis, který jednomu z osazenstva týmu přivodil nemilou noční měru atp.

Jak vidíte, řešit Turnaj může být občas velmi nesnadné, ale je to především zábava.

Jak jsme tedy my Turnaj řešili? Nejprve bylo nutné získat alespoň základní informace o daných problémech – k tomuto účelu skvěle posloužil Reference kit, který je každý rok

k dispozici. Jedná se o dílo archiváře IYPT Ilyi Martchenka a člověk v tomto kitu nalezne velké množství užitečných odkazů na danou problematiku, vědecké články, které jsou v současné době k dispozici, případně i další informace, které s daným tématem at už přímo, či nepřímo souvisí. Není ovšem možné se spoléhat pouze na tyto zdroje. Existuje jich mnohem více a jeden člověk nikdy nemůže vše obsáhnout. Pro nás bylo ale důležité se seznámit s těmito již známými fakty a informacemi, abychom – jak se říká – znovu neobjevovali kolo. Když už jsme měli povědomí o tom, co bychom nejspíše měli dělat, bylo třeba vyzkoušet, jestli jsme schopni dané problémy převést ze zadání do reality. Řekněme, že ne vše šlo tak hladce, jak bychom si představovali. Například elektrický obvod, který by měl vykazovat chaotické chování, dělal mnoho věcí (žhnul, dýmil...), ale onen žádaný deterministický chaos jsme po více než 3 měsíce nebyli schopni pozorovat. U dalšího problému, kterým byl škrábaný hologram, jsme ryli do plastu zase příliš silně, neboť jsme si ve studijním materiálu špatně přečetli jedno slovo – slovo, které mělo jeden z nejzásadnějších významů: jemně škrábat! Lano se naštěstí podařilo zkroutit hned napoprvé, stejně tak dvě ocelové koule při dotyku vydávaly jistý divný zvuk. Obruč jsme taky naložili bez větších problémů, ale jeden by nevěřil, jak je problematické upevnit půl kilovou zátěž na vnitřek obruče. Vše nakonec zachránila všemocná izolepa a hora plastelíny. Naproti tomu vyprodukovat v obyčejném mýdlovém roztoku malé bublinky konstantní velikosti, které by se v tomto roztoku udržely déle než pár minut, bylo zprvu úkolem téměř nadlidským. Podobně problematické bylo na začátku chlazení našeho „květníkového“ chladiče, ale velkým překvapením pro všechny bylo, jak krásně fungoval hned první experiment k problému 8 – tj. k Mrznoucím kapkám. Co se Vodních bomb týče, o těch mohu říci snad jen to, že se rozprskly vždy v tu nejnevhodnější chvíli... Problémy Koeficient difuze a Rotující sedlo byly tak neoblíbeny, že jsme se u nich ani nepokoušeli o nějaké experimenty (tedy jednou jsme zkusili pozorovat neúspěšně Brownův pohyb). Další úlohou, ke které jsme toho moc nepodnikli, byl Svíčkový zdroj elektrického proudu – sice jsme měli zakoupený Peltierův článek a něco jsme na něm měli řídit, ale ve výsledku jsme těchto (mnohdy až zoufalých) pokusů zanechali a věnovali se úloze jiné, třeba Chladnoucímu balónu. Zde jsme dokázali po hmatu určit změnu teploty, ale z toho člověk graf neudělá. Proto jsme se spojili s Univerzitou Palackého v Olomouci, kde nám umožnili použít jejich laboratoře, konzultovat naše měření a výsledky a byli ochotni a nápomocni se všemi problémy, se kterými jsme za nimi přišli. Velký dík proto patří prof. RNDr. Tomáši Opatrnému, Dr. a jeho spolupracovníkům a kolegům z fakulty. Co se dalších problémů týče, tak Gumičkový motor fungoval, s olejem – o tom jsme již psali, – magnet trubkou skutečně padal pomaleji a čokoláda, kromě toho, že z laboratoře mizela více než rychle, tak také vykazovala jistou hysterezi. Když jsme již měli potvrzené, co a jak funguje, dali jsme se do skutečných měření.

Pokud bych měl vypíchnout ty nejzajímavější, pak nevím, kde začít. Velmi hezké a nečekané výsledky přinesla naše měření torze a napětí v gumičce při zvyšování počtu zkrutů – tato měření, ač pro nás velmi důležitá byla ovšem i poněkud nebezpečná. Představte si silnou leteckou gumu 4x4 milimetry, asi 20 cm dlouhou, kterou ručně 100x zkroutíte a pak vám, během 101. otáčky praskne. Turnaj totiž není náročný jen na přemýšlení, ale na lidskou psychiku obecně. Toto měření nám mimo jiné ukázalo, že při vytváření vícenásobných vinutí dochází k výrazným změnám v torzi, což se nám hodilo

také do další úlohy, a to do problému číslo 3 – Lana. Zde totiž podle toho, co jsme naměřili, vycházelo v podstatě totéž – tak jsme alespoň zabili dvě mouchy jednou aparaturou. Měřeními jsme se zabývali opravdu dlouhou dobu. Naše nejdelší měření trvalo 3 dny – to jsme jednou měřili teplotu v různých částech písku mezi dvěma květináči. Měření nám toho ale moc nepovědělo, a tak jsme jej paradoxně při prezentaci vůbec nepoužili. Z toho plyne jedna drobná rada – není nutné dávat veškerá měření do prezentace, je mnohdy lepší mít to hlavní – to gró – a ten zbytek mít připraven, kdyby se na to oponent chtěl náhodou zeptat; bude to totiž vypadat, že jste toho udělali hodně, oponent bude uzemněn a vy získáte drahocenný čas. Dalším zajímavým úkolem bylo zkoumat čokoládu. Zde nastal problém, neboť jsme nebyli dost dobře schopni určit viskozitu čokolády při různých teplotách (nejlevnější viskosimetry pro tento rozsah viskozit se pohybují v cenách kolem 60 000 Kč). Proto jsme u této úlohy nevytvářeli přesné grafy, ale snažili jsme se vše spíše popsat, měřit různé mezní stavy a podobné charakteristiky. Odtud tedy další drobná poznámka – zjistili jsme, že je někdy lépe mít dobře kvalitativně a kvantitativně provedené měření, které se nevěnuje celé dané problematice, než měření, které sice pokrývá celou škálu, ale je neprůkazné a napadnutelné.

Měření člověku – jak jste sami asi již pochopili – zabere většinu času. Další část, která je ovšem neméně podstatná a velmi ceněná, je teorie k danému problému. Je dobré ji otestovat – buď výpočtem (aby vám nevyšla frekvence zvuku, který slyšíte, v řádech desítek kHz), nebo rozměrovou zkouškou (jednou nám vyšlo zrychlení kuličky v A^{-4}). Když na první pohled neuvídíte žádné takové velké chyby, je nejlépe, když danou teorii porovnáte s vašimi měřeními a vždy fyzika potěší, když to, co naměřil, není v rozporu s jeho teorií a dokonce ji potvrzuje. Právě za takovéhle výsledky porotci rádi přidávají body.

Velice důležitou, ne-li nejdůležitější částí Turnaje, je Fyzboj a prezentace vašeho řešení. Několik důležitých postřehů, které jsme během těch dvou let na IYPT získali a které by se i vám mohly hodit: Jste-li referent, tak si za vaším řešením stůjte. Nebojte se přiznat, že jste něco neudělali, ale dokažte obhájit, že to, co máte, je náhradou více než dostatečnou. Vaše prezentace by měly být jednoduché a srozumitelné: neznamená to ale, že by neměly mít určitou formu. Důležitá je přehlednost: šipky, popisky, obrázky, videa atp. Uvědomte si také, že se nemůžete zavděčit každému porotci a nebudte zklamáni, když dostanete od některého z nich nižší známku.

Jste-li oponenti, měli byste si uvědomit, co je vaším úkolem. Měli byste být kritikem, vyzývatelem referenta. Vaše řeč by měla obsahovat nejen zhodnocení referentovy prezentace, ale také poukázání na chyby, o kterých jste přesvědčeni a sdělení vašeho názoru na to, jak je to podle vás správně – pozor ale na to, abyste nepresentovali vlastní řešení. To je proti pravidlům. V diskuzi byste to měli být vy, kdo ji celou řídí. Když s něčím, co referent řekne, nebudete souhlasit, řekněte, jak si myslíte, že je to správně; vždy je totiž nutné ukázat, že i vy ovládáte danou látku. Posledním bodem, který bychom chtěli k oponentovi říci, je to, že každý z porotců má svou vlastní představu o tom, jak by měl oponent vypadat – pro jednoho je ideálem ten, který vede spíše vědeckou diskuzi, pro jiného je to spíše ten, který neustále kritizuje.

A nyní k recenzentovi – jeho úkol je jeden z nejnepohodlnějších. Musíte totiž udělat to, co oponent u referenta, ale také musíte zhodnotit oponenta a navíc přednést nějaký zajímavý podnět, který nebyl diskutován a který by podle vás mohl mít vliv na daný problém. Nezapomeňte opět říci, jaké je vaše stanovisko. A když budete mít prostor dotazovat se referenta a oponenta, zeptejte se jich obou. Někteří porotci nemají rádi, když se zaměříte pouze na jednoho z nich.

Nezdá se to, ale je toho docela dost, co s Turnajem souvisí, ale i přes to všechno, co jsme zde napsali, jste si museli všimnout, že na Turnaj vzpomínáme s láskou a všem, kteří se zajímají o fyziku bychom tuto soutěž vřele doporučili. Tak tedy plnou hlavu dobrých nápadů do nadcházejícího ročníku a hodně štěstí!

6. Doporučení k řešení a k prezentaci úloh

Hynek Němec

Řešení úloh Turnaje dává studentům možnost vstoupit do světa skutečně zajímavé fyziky. Úlohy Turnaje jsou formulovány velmi obecně a vedou tak studenty k uvažování v širších souvislostech. Poskytují také studentům příležitost k uplatnění a rozvoji svých schopností: od hledání fyzikálních modelů, přes matematické výpočty, programování, konstrukci experimentálních zařízení a provádění experimentů, až po psaní protokolů a ústní prezentaci. Témata úloh jsou rozmanitá a pokrývají problematiku v šíři odpovídající náplni práce několika výzkumných ústavů; přitom při řešení úloh je možné a v případě soutěžení v Turnaji dokonce nutné jít i do hloubky. Právě kombinace šíře problematiky a hloubka jejího pochopení kladou mimořádné nároky jak na studenty, tak na vyučujícího, který studenty řešením provází.

Uváděné návody k řešení jsou adresovány jak studentům řešícím úlohy Turnaje, tak učitelům, kteří je při tom vedou. Studenti naleznou konkrétní informace, na co se při řešení úloh soustředit a čeho se vyvarovat; učitelům by měly přispět k celkovému nadhledu. Základním předpokladem úspěchu je aktivita na obou stranách. Student nemůže očekávat, že za něj učitel úlohu vyřeší nebo jen „předžvýká“. Je na studentovi, aby aktivně vyhledával literaturu k problematice, přemýšlel nad relevantním fyzikálním popisem, vymýšlel a konstruoval experimentální aparatury, rozmyšlel, jaká měření provést a pak je skutečně prováděl a analyzoval, a nakonec svoje výsledky prezentoval. Nevyhnutelně se stane, že nápady dojdou, experimenty se nedaří, nebo literaturu nelze nalézt – diskuze s učitelem pak dá nový impuls k vybědnutí ze slepé uličky. Důležitým příspěvkem učitele je nadhled nad věcí. Není potřeba, aby okamžitě začal třeba odvozovat vzorečky. Podstatnější v takové situaci je dodat radu nebo nápad, jak pokračovat, odkázat na literaturu, či sjednat konzultaci u odborníka. To vše vyžaduje vynikajícího učitele se širokým rozhledem a s velmi aktivním přístupem.

Velmi důležitým materiálem, napomáhajícím řešení úloh v Turnaji, je tzv. *Reference Kit*, který publikuje na svém webu <http://kit.ilyam.org> Ilya Martchenko. V něm mnohdy nalezneme detailnější popis úlohy, ilustraci klíčového experimentu, seznam základní literatury a zásadních pojmů.

Postup řešení

Úlohy ve sbírkách příkladů pro střední školy nebo laboratorní práce jsou nezbytnou součástí sloužící k procvičení probírané látky. Vzhledem k omezenému vyučovacímu času se často jedná o jasně formulované úkoly, navržené právě takovým způsobem, aby byly řešitelné a hodnotitelné jednoduše i jednoznačně; řešení pak spadá do některé z kategorií jako je odvození vzorce, dosažení do vzorce, použití popsaneho experimentálního postupu, výjimečně je vyžadována diskuze. Ve výzkumu (a koneckonců i v běž-

ném životě) je přitom situace podstatně složitější. Ve vyhledávaných grantových soutěžích bývá okruh výzkumu vymezen jen rámcově, a je na badateli, aby navrhnul zajímavé a užitečné téma. Tohoto kroku jsou řešitelé Turnaje ušetřeni (nikoliv ovšem organizátoři), nicméně již jen samotné definování a formulace problému v rámci zadaných úloh může být výzvou k zamyšlení.

Vezměme si jako příklad úlohu *Svíčka jako elektrárna*, která byla předmětem 27. ročníku IYPT: *Navrhněte zařízení, které mění teplo plamene svíčky na elektrickou energii. Zkoumejte, jak různé aspekty zařízení ovlivní jeho účinnost*. Ihned jsme postaveni před otázku, jaké zařízení vlastně máme vybrat? Volba je jen na nás, může to být třeba termočlánek nebo alternátor poháněný vrtulí. A jaký problém máme vůbec řešit? Jistě je vhodné najít si problém smysluplný, ale fantazii se meze nekladou. Můžeme zkoumat, jak bude účinnost záviset například na poloze termočlátku, velikosti vrtule, nebo na umístění svíčky do otevřené trubky a dosažení komínového efektu. Nikdo nám nebrání zkoumat třeba i vliv barvy vrtule – ale to se již dostáváme k otázce smysluplnosti takového bádání; je možné, že různá odrazivost způsobí jiné ohřívání vrtule, které ovlivní proudění a tím i účinnost; stejně tak je možné, že se bude jednat o zanedbatelný jev – pak už nezbyvá než se rychle pustit do zkoumání něčeho zajímavějšího. Můžeme uvažovat i v širších souvislostech. Co třeba zkusit zjistit, pro jakou velikost vrtule dosáhneme nejvyšší účinnosti a vysvětlit proč? Můžeme se také zabývat podstatně fundamentálnější otázkou: jaká je maximální, teoreticky dosažitelná účinnost zkoumaného zařízení nebo celé soustavy včetně svíčky? A doplnit ji rozbořem, z jakých důvodů nejsme schopni maximální účinnosti dosáhnout. Uvědomme si, že velmi podobné otázky, které si můžeme klást v této úloze, se vyskytují i v současné diskuzi o způsobu budoucího zajištění výroby elektrické energie, nebo využití zdrojů energie vůbec – ty jsou navíc zásadně komplikovány otázkami finančních nákladů na výstavbu a provoz nebo dostupností výchozích surovin. V každém případě je vhodné nahlédnout do *Reference Kit*, ve kterém bývají podstatné otázky zformulovány.

Definice pojmů v zadání je někdy jasná, jindy při bližším pohledu nalezneme různé možné výklady a pak musíme daný pojem upřesnit. Co například může znamenat *účinnost* ve zmiňované úloze? Je to účinnost samotného zařízení, nebo celé soustavy včetně hořící svíčky? Budeme za účinnost považovat poměr vyrobené elektrické energie a tepla vydaného svíčkou za dobu hoření svíčky, nebo poměr ustáleného elektrického výkonu a ustáleného tepelného výkonu? Myslíme tepelným výkonem přímo spalné teplo vosku (při ideálním hoření), nebo skutečně uvolňovaný tepelný výkon? Jak popíšeme účinnost v případě, že použijeme termočlánek a budeme jeho konec aktivně ochlazovat – započítáme do energetické bilance i energii potřebnou k výrobě ledu? Stejně jako formulace problému, je i volba definic do značné míry na řešitelích (z uvedených příkladů by zadání mohla vyhovět kterákoliv). Snažte se o smysluplné definice; buďte připraveni v diskuzích tyto definice upřesňovat, eventuálně obhajovat.

Zvolili jsme si problém, který budeme řešit; nyní musíme zvážit, jak k jeho řešení budeme přistupovat. Je vhodné se ohlédnout zpět do historie, zda již podobný problém nebyl řešen. Ještě před 20 lety to znamenalo odebrat se do veřejných knihoven a v kartotékách pracně vyhledávat odkazy na materiály, které by se mohly při řešení úloh uplatnit. S rozvojem internetu se informace staly dostupné podstatně rychleji a komfortněji. Stinnou stránkou je množství balastu, informací neúplných, zavádějí-

cích, zkeslených nebo vysloveně nepravdivých. Je proto důležité přistupovat k získaným informacím s rozvahou: podívat se, kdo je autorem nalezených materiálů, pro jakou instituci nebo firmu pracuje, kdo dané informace publikoval nebo vystavil na internetu. Výsledkům kolektivu (jmenovaných) autorů prezentovaných v recenzovaném mezinárodním časopise (kde editor vyžaduje oponentské posudky a teprve na jejich základě rozhoduje o otištění či zamítnutí článku) asi můžeme věřit více než nepodepsanému textu o mechanismech působení zázračné pilulky, prezentovanému na www stránkách reklamní společnosti. Rozsáhlé a poměrně spolehlivé zdroje jako Wikipedie jsou první po ruce a někdy umožní udělat si o problému poměrně dobrou představu; ne vždy jsou ovšem dostačující. Některé úlohy již byly v obměněné formě v Turnaji zadány, proto se vyplácí projít webové stránky Mezinárodního Turnaje a nahlédnout na vystavená řešení minulých ročníků. Rozsáhlejší seznam literatury ke každé úloze obsahuje *Reference Kit*. Nelze jej ale považovat za vyčerpávající, už jen proto, že mnohé z řešených problémů jsou neustále živé a jsou diskutovány dodnes (např. v roce 2013 byla publikována ve velmi prestižním vědeckém časopise práce [9.4] týkající se úlohy *Olejové hvězdy*). Jinými slovy, má smysl se i samostatně poohlédnout po dalších materiálech. Řada kvalitních fyzikálních časopisů (Nature, Physical Review, ...) a knižních vydavatelů přístup ke svým článkům a knihám na internetu zpoplatňuje. Ani v tomto případě není potřeba zoufat, někdy bývá na webu k nalezení preprint. Spolupracujete-li s akademickou institucí, je možné, že má daný časopis či knihu předplacenou nebo zařazenou ve své knihovně (nebo alespoň zkušenost, jak se k danému titulu dostat). V neposlední řadě lze získat kopii mnoha děl z Národní knihovny nebo z Národní technické knihovny.

Při pátrání po dostupné literatuře zjistíme, že převážná většina materiálů není v českém jazyce, ale v angličtině, eventuálně v němčině, francouzštině či ruštině. Uvědomme si, že minimálně znalost angličtiny je pro seriózní práci ve fyzice naprostou nezbytností, proto i fyzikální souboje v Turnaji probíhají v anglickém jazyce. Turnaj tak motivuje ke studiu angličtiny (kterou jistě v budoucnosti uживíme) – potřebujeme umět přečíst dostupnou literaturu, i prezentovat svoje výsledky.

Prakticky u všech úloh je možné experimentovat s běžně dostupným vybavením – úlohy prezentované v kapitolách 8, 9, 10 a 12 jsou toho jasným důkazem. V některých případech (jako je např. úloha *Gumičkový motor*) jsou podmínky experimentu celkem nasnadě. To ale neznamená, že máme okamžitě po ruce experimentální zařízení, které měří přesně to, co chceme. Například aparatury popsané v kapitole 8 (obr. 8.11 a 8.21), které umožňují měřit energii deponovanou v gumičce a sledovat pohyb vozítka, museli řešitelé navrhnout a sestavit. V jiných případech je již zreprodukování samotného zkoumaného jevu úkolem vyžadujícím značné úsilí: to se týká ku příkladu pozorovatelnosti obrazců v úloze *Olejové hvězdy* (obr. 9.8); obdobně dosažení vhodných podmínek pro pozorování *Hologramu* (obr. 10.14) není bezpracné. Zrádné mohou být i zdánlivě jednoduché experimenty jako v úloze *Magnetic breaks*: nebude-li magnet dostatečně silný, a trubka dostatečně vodivá, nemusí být zpomalení pádu magnetu pozorovatelné (navíc, pokud nejsme s jevem obeznámeni, a trubku pro usnadnění pozorování pohybu rozřízneme, tak se brzdná síla nevytvoří).

Při vlastním zkoumáním měníme vhodné parametry nebo podmínky a sledujeme, jakým způsobem jsou ovlivněny pozorované veličiny nebo úkazy. Získané závislosti potom analyzujeme a snažíme se na jejich základě dospět k pochopení pozorovaného jevu. V následujících odstavcích rozebereme úlohy prezentované ve sborníku. Nevyhneme se přitom zmínce o experimentech, které prováděny nebyly. To v žádném případě není míněno jako kritika předkládaných řešení – rozsah experimentální práce ve všech z nich je i tak úctyhodný. Je to opětovná demonstrace toho, jak široké možnosti a příležitosti se při řešení úloh naskýtají.

V úloze *Olejové hvězdy* (kapitola 9) byl účelně studován vliv frekvence a amplitudy vibrací (což jsou velmi podstatné, spojitě a jednoduše nastavitelné parametry) na tvar obrazců (obr. 9.8 – 9.12). Velmi důležitá je v tomto případě velmi dobře provedená obrazová dokumentace experimentů. Na jejím základě by tak v principu šlo sestroit například graf závislosti četnosti osy pozorované symetrie v závislosti na zmíněných parametrech. Úlohou samo o sobě by bylo stanovení amplitudy vibrací (ani její kvantifikace pomocí měření napájecího napětí nemusí být přímočará vzhledem k nízké budící frekvenci). V teoretickém rozboru úlohy bylo zjištěno, že tvar obrazců by měl záviset na viskozitě a výšce hladiny kapaliny. Zatímco výšku hladiny lze měnit poměrně snadno, změna viskozity je poměrně problematická. V daném případě řešitelé použili vodu a glycerol, což jim umožnilo porovnat obrazce u kapalin s řádově odlišnými viskozitami. Jemnějšího nastavení viskozity je v principu možné dosáhnout použitím různých koncentrovaných směsí vody a glycerolu [6.1], eventuálně ochlazením nebo zahřátím kapaliny [6.2]. Je jasné, že nelze vyzkoušet všechny možné kombinace parametrů: pokud bychom chtěli proměřit chování řekněme pro 10 amplitud, 10 frekvencí, 10 viskozit a 10 výšek hladiny, měli bychom 10 000 kombinací. Většinou neměříme všechny kombinace, ale postupně volíme proměnný parametr (je vhodné mít společný výchozí bod) – i tak bychom zde potřebovali 40 měření. Bývá přínosnější pečlivě proměřit a důkladně zanalyzovat menší počet měření, než velké množství měření odbýt a nemít čas na jejich zpracování a diskuzi. K plnému ocenění rozsahu experimentální práce v kapitole 9 je nutné si uvědomit, že v prezentaci se nakonec objevují pouze nejdůležitější výsledky, k jejich dosažení bývá zpravidla zapotřebí provést celou řadu dalších (neprezentovaných) měření.

Ve velmi rozsáhlé experimentální práci v kapitole 8 byla studována závislost energie uložené v gumičce v závislosti na jejím průřezu, prodloužení a počtu otáček. Jedná se o příkladnou práci, v níž tým navrhl a sestrojil původní experimentální zařízení a provedl i velmi pěknou syntézu výsledků. Bylo tak zjištěno, že energie uložená v gumičce je přímo úměrná plošnému průřezu gumičky, ale prakticky nezávisí na počtu smyček na gumičce (obr. 8.16). Takovéto sjednocení výsledků (lze-li jej provést) je vždy velkým přínosem. Tato práce se navíc věnovala i dalšímu závislostem, jako je hysterze gumičky, tahová síla v závislosti na počtu otáček, nebo účinnost přeměny energie. Celkově je z příspěvku patrná jasná strategie, čeho a jakým způsobem chtěl tým při svém zkoumání dosáhnout.

V úloze *Magnetické brzdy* byl použit velmi pěkný nápad, jak změnit elektrickou vodivost trubky při zachování jejích ostatních parametrů (kapitola 12). Ochlazením za použití suchého ledu bylo dosaženo změny elektrického odporu (a tím i změny brzdící síly

působící na magnet), aniž se změnil kterýkoliv z dalších parametrů trubky. Text k úloze také ilustruje, že můžeme při experimentování narazit na neočekávaný jev. Příkladem je zmiňovaná mysteriózní rotace magnetu: i když se nejedná o brzdnou sílu, kterou máme striktně vzato zkoumat, je to chování plně relevantní z hlediska pohybu magnetu v trubce. Navrhované vysvětlení (asymetrické obtékání magnetu vzduchem) naznačuje, že se mohou uplatnit i jemnější jevy, ovlivňující pohyb magnetu.

Pochopení jevu a teoretický popis jsou asi nejtěžší součásti řešení, zejména z toho důvodu, že na střední škole ještě není k dispozici dostatečně rozsáhlý matematický aparát. Mnohdy od teoretického popisu také máme nereálná očekávání: těžko zformulujeme a vyřešíme rovnice popisující proudění kapalin nebo plynů kolem složitých objektů (jsou to problémy často propojené s rozmanitými aplikacemi, jimž se dodnes věnují rozsáhlé výzkumné týmy). Cenné přitom může být už odhalení velmi elementárních souvislostí mezi veličinami. Příkladem je řešení úlohy *Magnetická brzda* v kapitole 12, kde jsou použity velmi jednoduché závislosti známé ze střední školy, na jejichž základě bylo předpovězeno, že ustálená rychlost padajícího magnetu je úměrná jeho hmotnosti a elektrickému odporu trubky. Ovšem, pokud bychom chtěli určit onu konstantu úměrnosti, museli bychom provést popis pole indukovaného pohybujícím se magnetem, určení elektrických proudů v trubce, výpočet jejich magnetického pole a jeho působení na pohybující se magnet – to jsou výpočty, které by zabraly nemalý čas i zkušeným fyzikům. Teoretický popis by se neměl zvrhnout v opisování informací uvedených ve zdrojích (byť řádně ocitovaných). Vždy je nutné zdůraznit, k čemu teoretický popis přispěl, a diskutovat jeho vztah k prováděným experimentům. Obtížnost teoretického popisu je patrná z řešení úlohy *Olejové hvězdy* v kapitole 9. Ten vychází z práce [9.4] (publikované v roce zadání úloh Turnaje ve velmi prestižním časopise), v níž byly předpovězeny podmínky, za nichž dojde ke vzniku nestability povrchu vedoucí k tvorbě gravitačních vln s m -četnou symetrií. Autoři práce přitom uzavírají svůj článek větou „...prezentovaný model není dostačující na to, aby předpověděl četnost symetrie v závislosti na parametrech buzení“ – což je další důkaz toho, že u zadávaných úloh nemusí být dodnes známo jejich vyčerpávající řešení. Toto je zásadním rozdílem proti učivu střední školy – tady máme možnost skutečně si sáhnout na problémy, jejichž řešení je neustále živé, a přitom k experimentování stačí běžné školní vybavení!

Možnost skutečně důkladného teoretického popisu je v úlohách Turnaje spíše výjimkou. Ve 27. ročníku je jí asi nejbližší popis pohybu v úloze *Obruč se zátěží*. Formulace pohybových rovnic pro Příklad valení po podložce je zde komplikována vazbou mezi translačním a rotačním pohybem, která vyžaduje použití pokročilých teoretických metod (daleko za hranicemi středoškolské fyziky), jako je Lagrangeův formalismus [6.3]. Simulace pohybu, resp. numerické řešení výsledné diferenciální rovnice pak už jsou zvládnutelné (potřebné metody lze nastudovat i se středoškolskými znalostmi). Ani v tomto případě bychom se ovšem nevyhnuli obšírnější diskuzi, neboť při vhodné počáteční rychlosti a vhodném tření mezi obručí a podložkou může obruč vyskočit!

S rozvojem výpočetní techniky začalo být možné fyzikální procesy simulovat. V posledních letech dochází k rozmachu uživatelsky přívětivých programů pro modelování

řady fyzikálních úloh. Máme tak mnohdy k dispozici efektivní nástroje pro studium fyzikálních problémů. Není ovšem možné zacházet s těmito programy jako s černou krabičkou, která semele vstupní parametry, které do ní nasypeme, a očekávat, že z ní za všech okolností vypadne odpovídající výsledek. Je vždy užitečné mít alespoň základní představu, jak daný program funguje: z jakého fyzikálního popisu vychází, eventuálně jaké numerické metody používá. Díky tomu pak můžeme s jistotou zkušeností odhadnout, pro jaké vstupní parametry je šance získat rozumně spolehlivý výsledek. Nevhodně zvolené vstupní hodnoty vedou v lepším případě k pádu programu nebo k jasně nefyzikálnímu řešení (poloha $1,698 \times 10^{305}$ m bude podezřelá i v astronomii; se zápornou absolutní teplotou se také asi běžně nesetkáme). Ve zrádnějším případě bude výsledek sice na první pohled vypadat rozumně, ale ve skutečnosti bude velmi nepřesný (v předpovědních mapách počasí nenajdeme skutečně extrémní výsledky; přesto spolehlivost předpovědi v daném místě a čase na mnoho dní dopředu není vysoká), nebo zcela chybný. Proto je nutné k výsledkům simulací přistupovat obezřetně a přemýšlet o možnostech jejich ověření. Vždy je vhodné si program osahat na jednodušších podobných problémech, kde je řešení známé. Lze zkoušet, jak výsledky závisí na technických parametrech, jako je například velikost integračního kroku při řešení diferenciálních rovnic – velká citlivost zpravidla ukazuje, že použitá metoda je na hranici nebo za hranicí svých možností. Vypálí se také sledovat a kontrolovat, jak se chovají některé standardní charakteristiky: například celková energie by v uzavřeném systému bez buzení neměla s časem růst, bez tlumení by neměla ani klesat.

V některých úlohách Turnaje je možné napsat vlastní simulaci (např. pro výpočet pohybu tělesa ve složitém potenciálu numerickou integrací Newtonových pohybových rovnic dnes stačí běžný tabulkový procesor). Výhodou pak je, že (i) perfektně víte, z jakých zákonitostí vycházíte; máte jasnou představu, co jste zanedbali a proč; víte, za jakých okolností zákonitosti ještě platí, a kdy už platit přestávají, a máte možnost svůj model libovolně upravovat, (ii) máte plně pod kontrolou všechny technické parametry a (iii) znáte nebo můžete dohledat omezení použitých numerických metod. Někdy je psaní vlastních simulací neúměrně složité a přitom lze s výhodou využít volně dostupné komerční programy. Vždy byste měli mít představu, na jakých fyzikálních zákonitostech jsou tyto programy postaveny a být schopni provést alespoň základní kontroly věrohodnosti získaného výsledku. Bez těchto informací mají výsledky asi podobnou vypovídací hodnotu, jako kdyby při měření tloušťky listu papíru nebylo zřejmé, zda náhodou nebylo použito pásové měřítko místo mikrometru. Podobně jako v případě experimentálního řešení, je i u simulací důležité měnit vstupní parametry a sledovat a analyzovat, jakým způsobem na nich závisí jejich výsledky.

Rozhodnutí, čím začít, jak postupovat a kdy jakou metodu použít, závisí na povaze studovaného problému i na našich zkušenostech. Východiskem většinou bývá základní bibliografická rešerše. Někdy teprve na základě pozorování jevu dostaneme nápad, co vůbec v literatuře máme hledat. Jindy nás teoretický popis inspiruje k provedení konkrétních experimentů. Stejně tak si mnohdy teprve v průběhu řešení začneme uvědomovat, že zadání úlohy lze pochopit různými způsoby, a tomu pak musíme postup řešení uzpůsobovat.

Fyzikální souboj v Turnaji

Fyzikální souboj (zkráceně *fyzboj*) je modelovou vědeckou diskuzí. Skládá se ze tří (nebo ze čtyř) etap, v nichž zástupci družstev postupně vystupují v roli referenta, oponenta, recenzenta (a pozorovatele). Oponent vybírá úlohu a vyzývá referenta k její prezentaci. Úkolem referenta je předložit podstatná fakta k řešení úlohy a zaměřit se na fyzikální podstatu problému. Svoje vystoupení doplňuje dopředu připravenými obrázky, fotografiemi, výstupy z počítače apod. Oponent s využitím doplňujících otázek referentovi rozebírá základní myšlenky, obsažené v řešení úlohy. Ve svém hodnocení nesmí předkládat svoje vlastní řešení, ale analyzuje řešení předložené referentem, vyjadřuje kritické připomínky, jimiž poukazuje na chyby, nejasnosti a nedostatky. Ve vzájemné diskuzi pak referent reaguje na připomínky oponenta. Recenzent pokládá dotazy referentovi i oponentovi, a stručně ohodnotí jejich vystoupení. Pozorovatel do diskuze nezasahuje. Vše je podřízeno striktním časovým limitům; v závěru každé etapy mají prostor pro dotazy i členové poroty. Každá etapa je završena veřejným bodovým hodnocením poroty. Plné znění pravidel je uvedeno na stránkách turnaje na adrese <http://www.jcmf.cz/tmf>.

Bez penalizace má referent právo odmítnout 3 úlohy; odmítnutí dalších je již penalizováno. V každé etapě všech fyzikálních soubojů daného kola musí být prezentována jiná úloha. Má-li oponent k dispozici méně než 5 úloh, určují pravidla postup, jimž se připouštějí k výběru i úlohy již prezentované. Zdánlivě to znamená, že družstvo může poměrně „bez-trestně“ pominout vyřešení 3 úloh ze 17. Nicméně, tým nemá možnost, jak se zbavit recenzování úlohy – to je důvod, proč řešení těchto úloh nelze pominout úplně. I když je možné jim věnovat menší pozornost, minimem je provedení bibliografické rešerše a nastudování dostupných materiálů; zkušenost alespoň se základními experimenty je při diskuzi také značnou výhodou. Lákavou možností je vyzvat referenta k prezentování úlohy, kterou jako oponent nemám vyřešenou. I toto ale skrývá určitá rizika: je prakticky nemožné klást fundované dotazy u úloh, o nichž naprosto nic nevíme, tzn. neprovedli jsme ani bibliografickou rešerši, ani jsme nezkusili žádný experiment. Pokud zvolí oponent tuto strategii, nezbývá mu než doufat, že referent je na tom s řešením podobně – pokud ne, může se oponent připravit na horké chvíle. Jemnější strategií referenta může být odmítání úloh, které sice vyřešeny má, ale ne příliš dobře. Zvlášť v závěrečné fázi, kdy již nezbývá příliš mnoho úloh na výběr, může mít pro referenta smysl takovou úlohu odmítnout a očekávat, že bude vyzván k lépe připravené úloze.

V pravidlech jsou omezení na počet vystoupení jednotlivých členů družstva. Cílem je zabránit situaci, kdy za družstvo neustále vystupuje jediný účastník. Při plánování, s jakou úlohou bude vyzván referent, by proto oponent měl zohlednit i tato pravidla. Každý člen družstva sice nemusí perfektně ovládat každou úlohu, ale je vhodné, aby většinu úloh byli schopni zajistit alespoň dva v libovolné roli. To je pak výhodné i v případě absence na Turnaji. Tady už přichází ke slovu i dlouhodobá strategie budování týmu. Rád vzpomínám na přípravu na Turnaj pod vedením Zdeňka Kluibera na Gymnáziu Christiana



Dopplera v Praze. Na úlohách nás pracovalo mnohem více, než členů družstva s náhradníky. Spolupráce mezi studenty různých ročníků vždy umožňovala těm mladším získat těm mladším mnoho zkušeností od starších spolužáků — a i při odchodu těch nejstarších v týmu zůstávaly zachovány podstatné znalosti, dovednosti a zkušenosti. V tomto uspořádání měla příležitost zapojit se poměrně velká skupina studentů, z níž se nakonec vykryštovala konečná podoba týmu. Všichni přitom mohli profitovat z existence vynikajícího kolektivu, získávat a rozvíjet svoje zkušenosti a dovednosti, a přitom svým příspěvkem dovést řešení úloh do vynikající podoby. Nádhernou ilustrací spolupráce bylo vyšetřování pohybu padající mince (v rámci úlohy *Mince* z 10. ročníku Turnaje): jeden člen družstva zkonstruoval elektromagnetický spouštěč (není jednoduché zařídit, aby mince padala s minimální počáteční rotací, která se navíc ukázala být tím klíčovým parametrem úlohy), jiný zaznamenával pohyb mince na fotografie ve světle stroboskopu (bylo to v době před digitálními aparáty, takže se jednalo o několikadenní akci završenou vyvoláváním filmů v temné komoře), další pak navrhovali teoretická vysvětlení a programovali numerické simulace pohybu (včetně kompresních algoritmů dat, aby se vůbec výsledky vešly na tehdejší úctyhodný 40 MB pevný disk). O tehdejší atmosféře a nasazení dobře vypovídá i to, že jsme občas ve škole (dobrovolně) zůstávali kolem půlnoci, například proto, že v té době bylo možné nerušeně sledovat pohyb mince při pádu ze třetího patra (nebyl na chodbách průvan, který by ovlivňoval pohyb mince).

Během fyzbojů mohou nastat extrémní situace. Má-li referent úlohu perfektně vyřešenou, stojí oponent před velmi náročným úkolem pokusit se najít nějakou slabinu, nebo alespoň něco z předkládaného řešení upřesnit. Je v takovém případě čestné uznat, že řešení je vskutku kvalitní; nemá smysl pokoušet se vynikající řešení shazovat — tím oponent body nezíská a referent neztratí. Oponent se ale nemusí obávat špatného bodového hodnocení — diskuze o dobrém řešení bývá svižná, smysluplná, a pokud je o řešení oponent schopen diskutovat, tak i jeho hodnocení bývá velmi dobré (totéž platí pro recenzenta). Opačný případ—kdy je referovaná úloha slabá—je pro oponování náročnější. Zde by se měl oponent (kromě poukázání na slabiny) snažit dospět k nějakému závěru, dovést referenta k řešení, naznačit, kam mohlo řešení té úlohy dospět i za použití prezentovaných výsledků (podle pravidel nesmí oponent prezentovat svoje řešení). Diskuze spočívající pouze v kritizování může naznačovat, že ani oponent o problému vlastně mnoho neví, což se nutně projeví v hodnocení. Ve všech diskuzích je stěžejním bodem fyzikální podstata. Formality jako nedefinované symboly, nečitelné grafy nebo četné překlepy je jistě dobré zmínit, ale nemá smysl z nich dělat stěžejní věci (dokud nebrání porozumění prezentace). Naproti tomu fyzikální chyby jako neplatnost zákona zachování energie nebo nevycházející rozměrová analýza jsou jednoznačně podnětem k diskuzi a měly by být jasně shrnuty v jejím závěru.

Neměli bychom ve fyzboji nikdy zapomínat na znak Turnaje — rytíře na koni. Ač kmen „boj“ evokuje krvavou událost, je ve skutečnosti fyzikální souboj mírumilovnou vědeckou diskuzí, k níž patří jistá rytířskost. To znamená, že se při diskuzi chováme korektně, používáme argumenty místo slovního napadání, nekřičíme na sebe. Při rozboru řešení je vhodné snažit se na něm najít něco pozitivního a ocenit tak práci, kterou si soupeř s jeho přípravou dal.

Prezentace

Prezentace výsledků je v jistém smyslu vyvrcholením jakékoliv vědecké práce. Může se stát, že natrefíme na výsledek, který budeme schopni dále použít jako základ komerční aplikace. Výsledky základního výzkumu ale spíše slouží jako pilíře, na nichž stojí aplikovaný výzkum, na jehož základě teprve bude vyvinut nějaký produkt. Kvalitní prezentace výsledků základního výzkumu tak umožní dalším skupinám přetavit dosažené poznání do hmatatelné podoby, která nám v budoucnu zpříjemní život.

V této části je uveden soubor doporučení k prezentaci výsledků řešení úloh Turnaje. Zdaleka se nejedná o vyčerpávající seznam; je to spíše reakce na slabší body protokolů a prezentací několika minulých ročníků Turnaje. Souhrn je sice zaměřen na vědeckou diskuzi v rámci fyzbojů Turnaje, řada z uvedeného má platnost však obecnější. Lze také maximálně doporučit návštěvu některého z kol Turnaje – ta určitě vydá za mnohem více, než desítky stran textu.

Ústní i písemná prezentace

- **Grafy** (podrobnosti viz kapitola 7) a obrázky. Zkontrolujte, že jsou popsány osy grafů a použité symboly nebo typy čar (buď přímo v textu, nebo v popisku grafu). Ověřte, že jsou uvedeny použité jednotky. Ujistěte se o čitelnosti (velikost písma, dostatečné rozlišení). Graf i obrázek by měl být doplněn titulkem, aby bylo zřejmé, co vyjadřuje. Ač se jedná o zdánlivě maličkosti, příliš často narážím v Turnaji na grafy, jejichž vypovídací hodnota je kvůli různým opomenutím nulová. Dvojnásobně to pak mrzí u grafů, které evidentně shrnují rozsáhlé výsledky práce týmu lidí, a přitom časový limit neumožní dekodovat, co je na grafech vlastně uvedeno. Proto přípravě grafů věnujte patřičnou péči.
- Zkontrolujte uvedení **jednotek veličin**. Zápis vzdálenost $d = 10$ může znamenat 10 cm, 10 m, ale třeba i 10 palců (někdy se z kontextu nedá odhadnout ani rozměr, natož správná předpona). I fitovací parametry mají svůj rozměr: je-li například rychlost u úměrná hmotnosti m , tzn. $v = \alpha \cdot m$, potom konstanta úměrnosti α má rozměr $\text{kg}^{-1} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$. Je vhodné provést **rozměrovou zkoušku** u prezentovaných rovnic dříve, než tak učiní oponent nebo recenzent – rozměr zrychlení v A^{-4} (kapitola 5) by se ve fyzboji obhájit nepodařilo.
- Turnaj mladých fyziků je **týmová soutěž**, tzn. v jakékoliv prezentaci zastupujete celý tým. Používejte proto první osobu množného čísla [„(my) jsme sestavili aparaturu“, „(my) jsme ukázali...“] – i touto drobností dáváte najevo, že za řešením si stojíte nejenom vy sám, ale i ostatní členové týmu. A stát proti pěti soupeřům sám je jistě horší pozice, než stát proti nim ve srovnatelné síle.
- Odkazy na **použitou literaturu** je možné uvádět buď průběžně v textu, nebo se odkazovat na seznam uvedený na konci textu. V podkladech pro ústní prezentaci je vhodnější uvádět odkaz přímo v textu; stačí menší písmo a zkrácená forma (v ústní prezentaci nemůžeme listovat dopředu, takže odkaz [9.4] nikomu nic neřekne; naproti tomu „Phys. Rev. Lett. **110**, 094502 (2013)“ práci jednoznačně identifikuje; uvedeme-li navíc alespoň jméno prvního autora, leckomu v oboru se ona práce může vybavit). Zvlášť pokud přebíráte z literatury celý obrázek nebo tabulku, je absolutně

nezbytné v popisku obrázku zdroj uvést. Umožníte tím odlišit vaše originální výsledky od výsledků převzatých (není leckdy na škodu průběžně nebo v závěru zdůraznit, které výsledky jsou vaše původní). Obdobně, všechna tvrzení, která nejsou všeobecně známá je nutné doložit, buď logickými vývody, nebo uvedením citace.

- **Závěr** formulujte tak, aby shrnoval nejpodstatnější dosažené výsledky, a aby byl pochopitelný i bez čtení ostatních stran protokolu nebo prezentace. Jasný závěr je dvojnásobně důležitý u vystoupení ve fyzbojích – diskuzi nemusí být někdy úplně snadné sledovat (k čemuž přispívá např. hluk a jazyková bariéra), a závěr nebo shrnutí diskuze jsou poslední příležitostí, jak si naklonit porotu na svoji stranu. Závěr by se proto neměl omezit na obecné klišé „Teorie souhlasí s experimentem“ (což může znamenat třeba i to, že pasivním obvodem, na nějž *nebylo* přiloženo napětí, *neprotrékal* proud). Účelnější je říci/napsat „Sestavili jsme elektrický obvod, který vykazuje chaotické chování. V teoretickém řešení jsme obvod popsali soustavou diferenciálních rovnic a jejím numerickým řešením jsme dostali atraktory velmi podobné těm pozorovaným.“ Tím je každému (porotcům, soupeřům, dalším posluchačům) jasné, že jste (i) sestavili experimentální zařízení, (ii) provedli na něm řadu měření, (iii) podařilo se vám navrhnout matematický popis, (iv) s jehož řešením jste si byli schopni poradit (v) a navíc je tento teoretický popis a pozorování ve vzájemném souladu (eventuální nesoulad, u něhož jsou poctivě zdůvodněny nebo diskutovány příčiny, není důvodem ke špatnému hodnocení). Pro porotce je takovýto závěr indikací, že by měl volit lepší známky (samozřejmě i předcházející průběh etapy fyzboje tomu musí odpovídat).
- **Grafická úprava** může napomoci, nebo naopak ztížit porozumění prezentaci. Nekonzistentní formátování nebo gramatické chyby sice nemají vliv na fyziku, ale ... k jaké prezentaci se asi člověk přikloní při volbě mezi několika se srovnatelným fyzikálním obsahem a výrazně rozdílnou grafickou úpravou?

Písemné protokoly

- Stránky protokolu, obrázky, rovnice a tabulky vždy číslyte. Při písenné korespondenci a zejména při psaní posudku pak lze konkrétní objekt snadno identifikovat a napsat k němu jasné připomínky. V textu je také nezřídka potřeba se na objekt odkazovat.
- Popište svůj experiment tak, aby bylo možné jej (alespoň v principu zreprodukovat). Měření průměru trubky posuvným měřítkem je vcelku banální záležitostí, měření rychlosti magnetu v neprůhledné trubce již vyžaduje poměrně sofistikovanou aparaturu a odpovídající popis, jako například v kapitole 12. Buďte připraveni, že na detaily týkající se experimentálního zařízení může přijít řeč i v průběhu fyzboje.

Ústní prezentace

- **Podklady pro prezentaci** vypadají jinak na obrazovce počítače a jinak při promítání na plátno. Proto je vždy napřed vyzkoušejte, a mějte na paměti, že umístění projektoru a plátna nemusí být ideální (katastrofální je kombinace slabého projektoru, velké vzdálenosti, malého plátna a příliš osvětlené místnosti). Písmo menší, než ~14 pt,

bude pravděpodobně čitelně špatně. Světlé barvy často nelze odlišit od bílé. Proto pro text, stejně jako pro symboly a křivky v grafech používejte dostatečně kontrastní barvy. Volte dostatečnou šířku čar (černá čára o tloušťce 0,1 pt se může vlivem škálování zobrazit jako světle šedivá, prakticky neviditelná).

- Při prezentaci dbejte na to, abyste nebránili ve sledování promítané prezentace ani porotě, ani soupeřům.
- **Použité symboly** by měly být v prezentaci popsány (zvláště v mezinárodním měřítku se způsoby označení používané jednotlivými týmy mohou lišit). Zřetelný ústní komentář v principu stačí, ztrácíte tak ale čas, kdy byste měli prezentovat důležitější výsledky.
- Je vhodné mít po ruce kopii prezentace ve **spolehlivém formátu** (v dnešní době asi výhradně PDF) pro případ, že bude nutné ji přehrát z cizího počítače. Stejně tak je žádoucí před Turnajem (stejně jako před jakoukoliv konferencí nebo jinou obdobnou událostí) vyzkoušet, zda funguje propojení (Vašeho) počítače s projektorem a ověřit funkčnost prezentace.
- **Předvedení vlastního experimentu** na živo je určitě žádoucí (pokud to úloha umožňuje). Kromě vítaného oživení prezentace tím naznačujete, že máte úlohu natolik pod kontrolou, že jste schopni pokus zreprodukovat i mimo laboratoř. Dbejte na to, aby ukázkou mohla sledovat nejenom porota, ale i soupeři.
- Před odjezdem na Turnaj je neocenitelné **vyzkoušení prezentace** před publikem (další členové týmu, spolužáci). Ujistěte se tak o vhodné délce, uvědomíte si potenciální problémy, můžete se pocvičit v diskuzi řešení.
- Šetřete v podkladech k prezentaci animacemi – kromě rizika nesprávného zobrazení tím usnadníte listování v průběhu diskuze.
- V roli recenzenta je nutné si všimnout nejen řešení referenta, ale i připomínek oponenta. To znamená pokládat otázky jak referentovi, tak oponentovi.
- Žádná studie nemůže být vyčerpávající, proto ve fyzbojích nevyhnutelně narazíme na snahu bavit se o parametrech/vlivech/jevech, které v prezentovaném řešení nebyly studovány. Fyzboj ale je diskuzí o tom, co provedeno bylo, ne o tom, co provedeno (eventuálně) být mohlo. Proto pokud oponent vytýká např. neprovedení některých experimentů, měl by jasně zdůvodnit, v čem by tyto experimenty byly bývaly přínosnější, než experimenty provedené. A obráceně, referent by měl umět obhájit, proč se věnoval studiu právě těch parametrů uvedených v prezentaci, a nikoliv jiným.

Hodnocení a porota

V Turnaji se nyní používají známky 1 – 10, přičemž 10 je nejlepší dosažitelné hodnocení. Nejnáročnější je samozřejmě vypracování řešení úlohy, a proto se pro výpočet bodového hodnocení referenta násobí příslušná známka koeficientem 3 (tento koeficient se snižuje při odmítnutí nadkritického počtu úloh). Pro hodnocení výkonu oponenta se používá koeficient 2, pro recenzenta koeficient 1. Zdaleka největší vliv na celkové hodnocení má tedy ve fyzboji vystoupení v roli referenta – tomu by měla odpovídat i příprava na toto vystoupení.

Hodnocení fyzbojů nelze provádět čistě mechanicky; velmi často je hodnocení i věcí různých názorů mezi porotci. Z tohoto důvodu není porota jednočlenná; s rostoucím počtem členů klesá fluktuace střední známky. Každý člen poroty má nastavená trochu jiná měřítka na hodnocení. Navíc je nutné si uvědomit, že toto hodnocení není absolutní: někteří porotci využívají všechna bodová hodnocení na používané škále (1 – 10), jiní se zase třeba snaží s ohledem na ocenění dosavadní práce týmu vyvarovat nejnižších známek. V Mezinárodním Turnaji je snaha dát známkám absolutnějším význam, aby bylo zajištěno porovnatelné hodnocení týmů v situaci, kdy se musí týmy i porotci mezi sebou vzájemně prostřídat. Proto bylo vydáno doporučení přiřadit průměrně vyřešené úloze známku 5 a podle specifikovaných kladů nebo záporů prezentace pak body podle předem daných doporučení ubírat. Přestože tento přístup některé excesy omezuje, není snadné se shodnout ani na tom, co vlastně je průměrně vyřešená úloha.

Situace při hodnocení písemných řešení je v tomto směru poměrně čitelná, každý porotce má současně k dispozici řešení od všech družstev, a má tak možnost je mezi sebou srovnávat. I tak nastanou úsměvné případy – stalo se například, že se hodnocení dvou porotců lišilo systematicky o 3 body (aniž jeden věděl o hodnocení druhého). To přitom neznamená, že by jeden porotce považoval ta řešení za výrazně lepší nebo horší, je to pouze projev toho, že každý můžeme mít nastavenou hladinu hodnocení jinak. Proto při analýze hodnocení přihlížejte nejen ke konkrétním známkám, ale především k jejich vztahu průměrné hladině známek jednotlivých porotců.

Hodnocení fyzbojů je pro porotce náročnější. Při prvním fyzboji totiž musí porotce „nastřelit“ hladinu, od které se budou odvíjet i hodnocení všech dalších fyzbojů. Musí mít proto dostatečnou rezervu pro to, aby mohl dát hodnocení i horší, i lepší. Důsledkem je, že i když je první vystoupení naprosto vynikající, nemá porotce možnost udělit nejlepší známku (10) a i známka 9 může být v jistých ohledech riskantní – po prvním fyzboji se dá stále jen těžko odhadnout, jestli nepříjde prezentace ještě výrazně lepší. Nenechte se proto takovým prvním hodnocením odradit.

Soutěžící si často kladou otázku, co, jak a proč vlastně porotce hodnotí. Toto je do určité míry individuální záležitost, každý porotce klade důraz na trochu jiné věci. Proto pokud nás nějaká známka při hodnocení překvapuje, je vždy možnost se porotce po skončení etapy fyzboje zeptat. V hlavních obrysech je hodnocení velmi blízké doporučením, vydaným pro Mezinárodní Turnaj [6.4], podle kterých se hodnotí, jak...

- **referent** ve svém vystoupení prezentuje
 - odpovídající koncepty, teorie a principy problému
 - vysvětlení pozorovaných jevů
 - použití odpovídající matematizace
 - vhodnou experimentální metodu pro měření dat nebo pro pozorování jevu
 - srovnání teoretických a experimentálních výsledků a vyvození odpovídajících závěrů, a jak efektivně a pochopitelně se zhodnotí vysvětlení složitých myšlenek
- **oponent** ve svém vystoupení
 - kriticky rozebral koncepty, teorie a principy problému prezentované referentem
 - porozuměl prezentované matematizaci

- posoudil použitou experimentální metodu a platnost nebo věrohodnost změřených dat
- ohodnotil a zdůraznil silná a slabá místa referátu
- **recenzent** ve svém vystoupení
 - podal objektivní shrnutí výkonu referenta a oponenta
 - posoudil důležité aspekty řešení a diskuse (zejména kontroverzní body)
 - porozuměl konceptům, teoriím, principům a použitým referentem i oponentem

Porota se zaměřuje na hodnocení správnosti a vhodnosti použitého fyzikálního popisu, správnosti závěru i odpovědí na otázky. U referenta se oceňují především vlastní dosažené výsledky, sleduje se struktura a kvalita prezentace, korektní citování, vysvětlení použitých rovnic a symbolů, stejně jako příspěvek k diskuzi. Při hodnocení oponenta se přihlíží k jeho reakci na řešení referenta, ke schopnosti formulovat otázky a jejich relevance, k poukázání na problémy v řešení a k jeho příspěvkům k diskuzi. U recenzenta hraje roli kvalita zhodnocení vystoupení referenta a diskuse mezi oponentem a referentem, schopnost vyjádřit svůj názor na prezentované řešení i na diskuzi o něm, relevantnost otázek na referenta i na oponenta, upozornění na body opomenuté referentem i oponentem.

Reference

- [6.1] J. B. Segur a H. Oberstar, *Viscosity of glycerol and its aqueous solutions*, Industrial and Engineering Chemistry **43**, 2117 (1951).
- [6.2] J. Kestin, M. Sokolov, a W. A. Wakeham, *Viscosity of liquid water in the range -8°C to 150°C* , Journal of Physical and Chemical Reference Data **7**, 941 (1978).
- [6.3] M. Brdička, A. Hladík, *Teoretická mechanika*, Academia, Praha, 1987.
- [6.4] Scoring Guidelines, oficiální dokument IYPT dostupný ze stránky http://iypt.org/Official_Documents/Guidelines.

7. Zpracování a zobrazování dat

Petr Chaloupka

Zpracování a zobrazování dat

Úkolem vědy a tedy i fyziky je zkoumat a popisovat děje v přírodě. Každý i sebelepší objev však ztrácí na významu, pokud jeho autor není schopen jej dobře interpretovat a svůj nález předat ostatním – a to jak odborné, tak i širší veřejnosti. Je tedy důležité umět nejen experiment navrhnout a úspěšně provést, ale také vhodně výsledky interpretovat a přehledně prezentovat.

Ke zpracování a prezentaci slouží různé metody a nástroje. Zde uvedeme několik základních metod prezentace dat:

- tabulky
- histogramy
- statistické zpracování
- grafy

Tabulky

Obecně pozorování ve vědě mohou mít charakter *kvalitativní* nebo *kvantitativní*. Kvalitativní data ze své podstaty nelze, nebo není výhodné, charakterizovat číselnou hodnotou. Může se jednat například o slovní popis pozorované události. Některá kvantitativní pozorování však lze rozdělit do různých kategorií pozorovaného jevu, jako ku příkladu v případě počtu pozorovaných aut různých barev. Možnosti zpracování takovýchto dat jsou omezené vzhledem k tomu, že nelze použít většinu statistických nástrojů. Při kvantitativním pozorování (měření), lze jevy rozdělit podle toho, zda měřená veličina nabývá diskrétních nebo spojitých hodnot. Jedním z nejčastějších způsobů, jak přehledně zobrazit data a to jak kvalitativní, tak kvantitativní jsou tabulky a histogramy.

Tabulky jsou nejjednodušší způsob, jak přehledně zobrazit data nebo výpočty. Použitelnost tabulek je však limitována relativně malým množstvím dat, které lze rozumně zobrazit. Přestože se jedná o velmi jednoduchý způsob zobrazení, měly by i tabulky splňovat několik základních požadavků.

Uveďme si jako příklad měření závislosti elektrického odporu vodiče na teplotě. V tabulce 7.1 jsou uvedeny změřené hodnoty elektrického proudu (přiložené napětí 20V), který protéká vodičem při různých teplotách. Dále jsou pak v tabulce uvedeny spočítané hodnoty odporu.

$T [^{\circ}\text{C}]$	$I [\text{mA}]$	$R [\Omega]$
20	174.0	114.9
25	133.8	149.5
30	108.7	184.0
35	91.6	218.3
40	79.0	253.2
45	69.6	287.4
50	62.2	321.5
55	56.1	356.5
60	51.2	390.6

Tabulka 7.1: Výsledky měření závislosti proudu I při napětí 20 V protékajícího vodičem při teplotě T . V posledním sloupci jsou dopočtené hodnoty odporu R .

telota	proud	odpor
20	174	149.476831
25	133.8	183.992640
30	108.7	218.340611
35	91.6	253.164556
40	79	287.356321
45	69.6	321.543408
50	62.2	356.506238
55	56.1	390.625
60	51.2	149.476831

Tabulka 7.2: Ukázka nevhodně vyrobené tabulky – bez popisu.

Obdobně, jako v tabulce 7.1, by každá tabulka měla obsahovat záhlaví, kde jsou uvedeny symboly jednotlivých veličin a především jejich jednotky. Je třeba si uvědomit, že hodnoty bez uvedení jednotek postrádají smysl. Uváděné hodnoty by měly být zaokrouhleny na počet cifer, který odpovídá očekávané přesnosti měření. To, že máme elektronický přístroj schopný zobrazit dvacet desetinných míst, ještě neznamená, že danou veličinu skutečně s takovouto přesností měříme. Stejně tak je nesmyslné uvádět hodnoty vypočítaných veličin s větší přesností, než je přesnost veličin, ze kterých byl výpočet proveden. Všechna měření by měla být zaokrouhlena na stejné desetinné místo a to i v případě, že poslední cifra bude nula. Pokud používáme tabulky v rámci psaného textu, jako je například tento, měly by být všechny tabulky (a i ostatní grafické prvky) označeny číslem, na které se pak lze v textu jednoznačně odvolat. Tabulka 7.2 je pak příkladem typicky špatně zkonstruované tabulky.

Jak v tabulkách, tak i v textu je pro přehlednost důležité používat vhodné jednotky a exponenty. Uveďme pro příklad měření doby události, která trvala o něco déle než jednu desetitisícinu sekundy. Změřená hodnota je

$$t = 0.0001467 \text{ s.}$$

Již zde je vidět, že takto zapsaná hodnota je špatně čitelná a při jejím použití jinde si lze snadno splést počet nul. Stejně tak použití spojení „desetitisícina sekundy“ není ideální. Proto je vhodné při zápisu čísel používat předpony a vhodné exponenty. Změřenou hodnotu lze pak lépe zapsat jako:

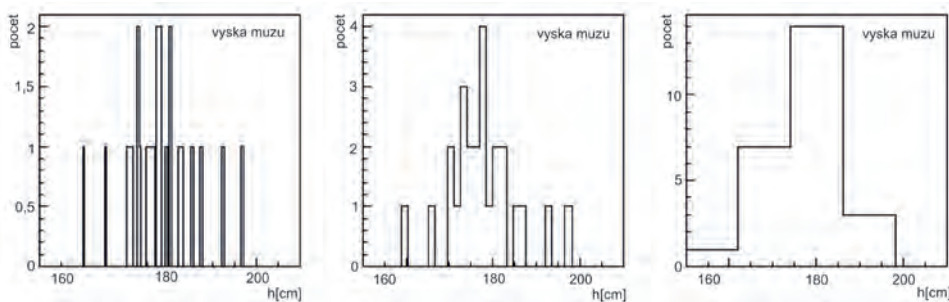
$$t = 146,7 \mu\text{s} = 1467 \cdot 10^{-7} \text{ s.}$$

Obě varianty jsou možné. V případě použití exponenty v tabulce je vhodné vložit tuto exponentu do záhlaví:

měření	t [μs]	t [10^{-7} s]
1	146.7	1467
2	159.4	1594
3	138.7	1387

Histogramy

Histogram se většinou používá pro zobrazení informací o počtu pozorování daného jevu. V případě spojitých proměnných je třeba si uvědomit, že každé měření má skoro vždy jinou hodnotu, než ta ostatní. To platí, zvláště pokud budeme uvažovat o tom, že bychom byli schopni měřit na nekonečný počet desetinných míst. Proto je pak při tvorbě histogramu nutné zvolit šířku intervalu (tzv. binu), ze kterého budou změřené hodnoty zobrazeny do jednoho společného sloupce. Právě na volbě šířky intervalu závisí čitelnost prezentovaných dat. Jak vidíme na obr. 7.1, kde je zobrazeno 25 hodnot měření výšky mužů, volba příliš úzkých intervalů způsobuje nepřehlednost. Na druhou stranu volba příliš širokých intervalů vede ke ztrátě informace. Obvyklé pravidlo je nastavit takovou šířku intervalů, při které je ve většině binů alespoň deset pozorování.



Obrázek 7.1: Výsledky měření výšky 25 mužů zobrazeny s různou volbou šířky intervalu histogramu.

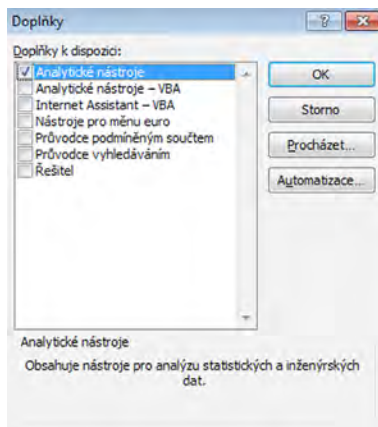
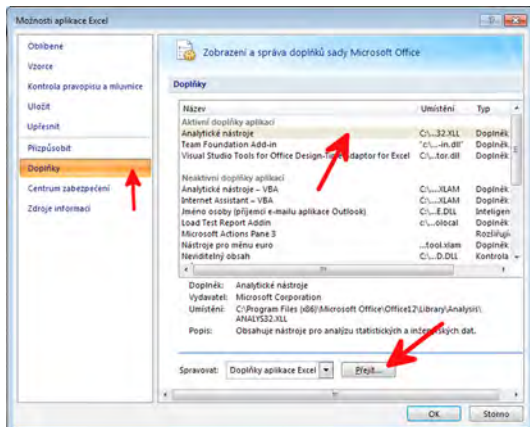
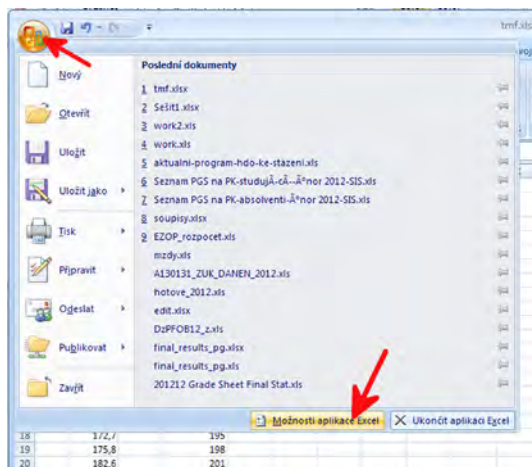
Histogramy v MS Excel

Vzhledem k tomu, že Microsoft Excel patří k nejdostupnějším a nejčastěji používaným nástrojům pro zpracování menšího množství dat, podívejme se na příklad zpracování již výše uvedeného příkladu z měření dvaceti pěti hodnot tělesné výšky. Při tomto množství měření zvolíme pro tento příklad šířku binu 3 cm a hranice binů vložíme do tabulky společně s měřenými hodnotami (obr. 7.2)

	A	B	C	D	E
1					
2		výška[cm]		hranice intervalů[cm]	
3		160,1		150	
4		170,2		153	
5		173,3		156	
6		177,4		159	
7		177,9		162	
8		175,3		165	
9		177,2		168	
10		180,2		171	
11		171,0		174	
12		180,4		177	
13		182,1		180	
14		192,1		183	
15		176,3		186	
16		165,4		189	
17		170,5		192	
18		172,7		195	
19		175,8		198	
20		182,6		201	
21		177,5			
22		196,5			
23		179,4			
24		185,3			
25		187,3			
26		172,5			
27		174,8			
28					

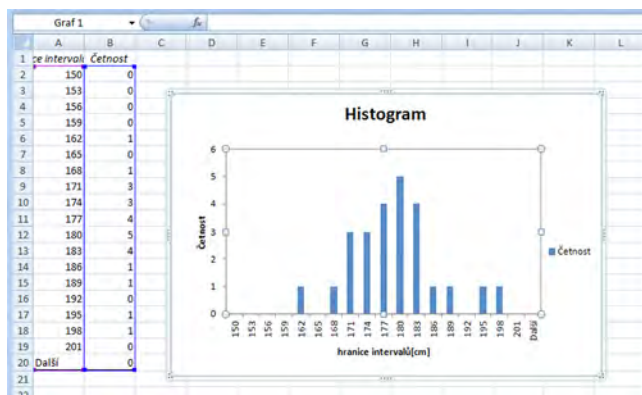
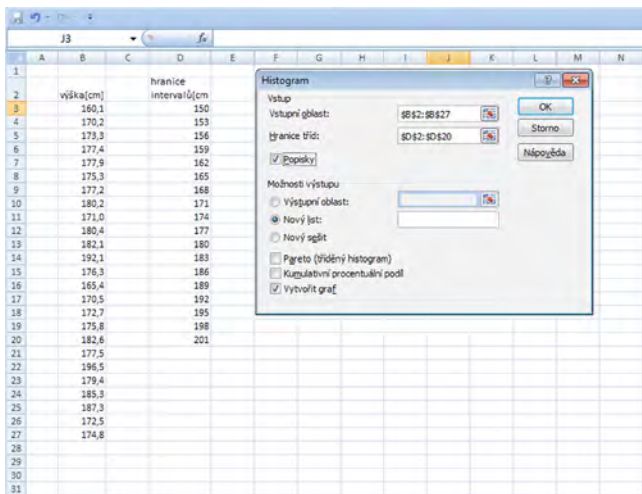
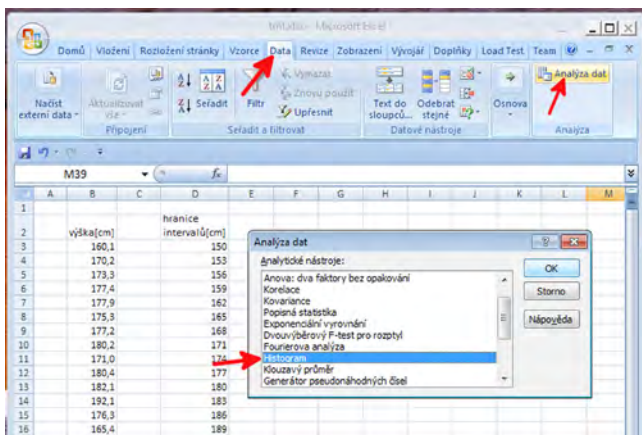
Obrázek 7.2: Tabulka změřených výšek.

Pro tvorbu histogramu použijeme doplňkový modul „Analytické nástroje“. Jako první je potřeba tento modul aktivovat z hlavního menu (obr. 7.3) *Obrázek 7.3: Postup aktivace modulu pro tvorbu histogramů v MS Excel.*



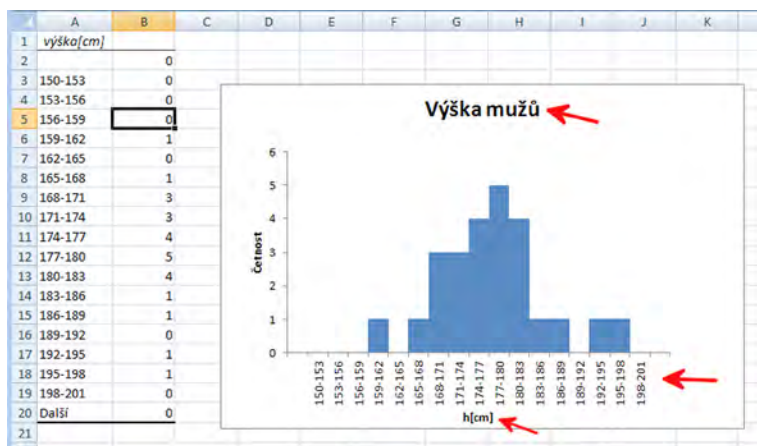
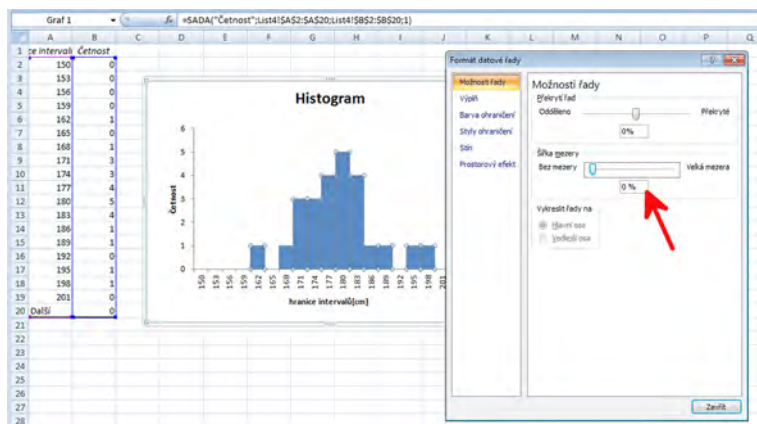
Obrázek 7.3: Postup aktivace modulu pro tvorbu histogramů v MS Excel.

Jakmile je tento modul aktivní, pak v nabídce „Data“ → „Analýza dat“ lze zvolit položku „Histogram“ a zadat změřené hodnoty spolu s rozdělením binů. Excel pak vytvoří tabulku četností a zobrazí histogram (obr. 7.4).



Obrázek 7.4: Postup při tvorbě histogramů v MS Excel.

V základním nastavení je histogram vytvořen s mezerami mezi sloupci, což v případě dat spojité proměnné nedává smysl a vytváří dojem, že v oblasti mezery nebyly změřeny žádné hodnoty. Mezeru mezi sloupci lze zrušit v nastavení vlastností zobrazené datové řady (obr. 7.5a). Bohužel, i takto upravený histogram vykazuje jednu zásadní chybu. Tou jsou popisky x-ové osy, kde je každý bin označen na středu hodnotou maxima intervalu, z kterého zobrazuje data. Jednotlivé sloupce pak vypadají posunuté o půl šířky intervalu. To lze opravit změnou hodnot v tabulce intervalů, jak je ukázáno na obr. 7.5b.



Obrázek 7.5: Úpravy formátování histogramu.

Je třeba podotknout, že ačkoliv lze tímto postupem získat dobře vypadající histogram, má tento postup i několik nevýhod. Tou hlavní je, že pokud chceme daný histogram drobně změnit, například změnit šířky binů, nebo přidat další hodnotu, je třeba celý postup od začátku zopakovat a to včetně všech ručních úprav.

Histogramy v programu Gnuplot

Jedním ze způsobů, jak snadno vytvořit a zautomatizovat vytváření histogramů a grafů je použít program Gnuplot, který je volně ke stažení na <http://www.gnuplot.info>. Ačkoliv tato aplikace nemá grafické uživatelské rozhraní a je ovládána pomocí textových skriptů, což nové uživatele zprvu odrazuje, jedná se o velmi efektivní nástroj pro zobrazování dat.

Poté, co program rozbalíte/nainstalujete, stačí jej spustit příkazem `gnuplot` (Linux), ve Windows pak souborem `gnuplot.exe` (či `wgnuplot.exe`) z podadresáře `bin`. Po spuštění programu se otevře příkazová řádka, kam můžete zadávat jednotlivé kontrolní příkazy.

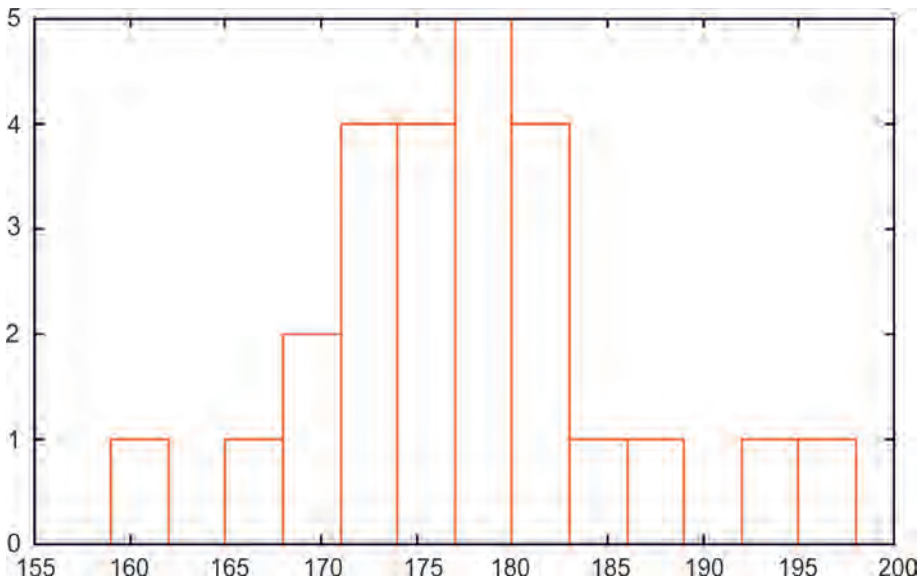
Ukažme si použití nástroje Gnuplot na stejných datech, jako v předchozím příkladu. Změřená data nejprve uložíme do souboru, v našem případě `data.txt`. Jednotlivá data jsou rozdělena do sloupečků oddělených tabulátorem či mezerou. Obecně mohou být v jednotlivých sloupcích hodnoty závislé a nezávislé proměnné a také jejich chyby. Je třeba dávat pozor na to, že čísla musejí obsahovat desetinné tečky, nikoliv čárky.

Zde je ukázka vstupního souboru `data.txt`:

```
#mereni  vyska[cm]
1        160.1
2        165.4
3        170.5
4        172.7
5        175.8
6        170.2
7        175.3
...      ...
```

Nejjednodušší histogram (obr. 7.6) lze získat zadáním příkazů:

```
width=3
set yrange [0:]
bin(x,width)=width*floor(x/width)+width/2.0
set boxwidth width*1
plot 'data.txt' using (bin($2,width)):(1.0) smooth freq
with boxes notitle
```



Obrázek 7.6: Histogram v programu Gnuplot.

Delší sekvenci příkazů lze uložit do souboru a spustit jako skript. Do souboru histogram.gnu uložíme následující příkazy, které sestrojí graficky lépe upravený histogram:

```

reset
max=210.
min=150.
#sirka binu
width=3
#vypocet pozice binu
hist(x,width)=width*floor(x/width)+width/2.0
#2 radky pro vystup do souboru - lze aktivovat
#set term png #output terminal and file
#set output „hist.png“
set xrange [min:max]
set yrange [0:]
#horni okraj
set offset graph 0.05,0.05,0.05,0.0
#sirka zobrazovaneho boxu
set boxwidth width*1.0
#barva, ocislovani a popisky os
set style fill solid 0.5
set xtics min, (max-min)/15,max
set tics out nomirror
set xlabel „vyska[cm]“

```

```

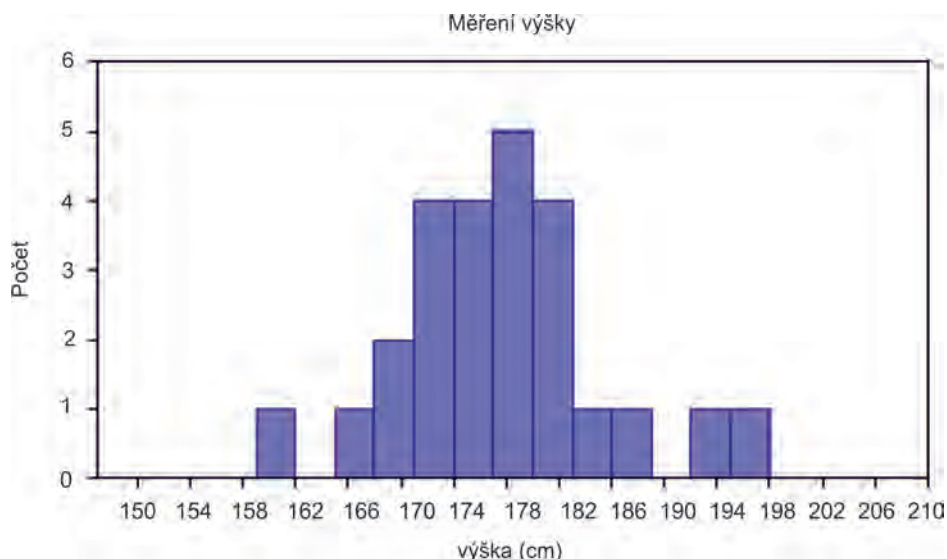
set ylabel „pocet“
set key center top
set title „Mereni vysky“
#zobrazí data ze sloupce cislo 2
plot „data.txt“ u (hist($2,width)):(1.0) smooth freq w bo-
xes lc rgb„blue“ notitle

```

Odkaz na tento skript pas předáme při spuštění Gnuplot:

```
gnuplot histogram.gnu -p
```

Výsledkem je pak graf (obr. 7.7), který obsahuje vhodně popsané a očíslované osy:



Obrázek 7.7: Histogram v programu Gnuplot s upraveným formátováním.

Výhodou toho přístupu je velmi snadné a rychlé předělávání grafů a možnost jejich automatického exportu do souboru a to včetně vektorového formátu eps, který je velmi vhodný pro tvorbu dokumentů.

Statistické zpracování dat

V předchozí části jsme zobrazovali data, která pocházela z měření sice stejné veličiny, ale pro různé objekty. Je tudíž samozřejmé, že každé měření může mít jinou hodnotu.

Často však také měříme opakovaně jednu stejnou veličinu za stejných podmínek, kdy bychom mohli teoreticky předpokládat, že vždy změříme stejnou hodnotu. Nyní se budeme zabývat tím, jakým způsobem zpracovat opakovaná měření stejné veličiny a jak získat a prezentovat informace výsledné přesnosti měření.

V porovnání s předchozím měřením výšky dvaceti pěti různých osob bychom mohli jako příklad uvést měření pouze jedné osoby, avšak opakované několikrát, případně provedené několika různými lidmi za stejných podmínek. Vezměme jako obdobný příklad měření délky pevného tělesa, kde můžeme očekávat, že se mezi jednotlivými měřeními délka nebude nijak měnit. V tomto případě bychom mohli očekávat, že pokaždé změříme stejnou velikost. Pokud pro měření použijeme měřicí přístroj s malou přesností, v našem případě například krejčovský metr, můžeme dostat při každém měření stejnou hodnotu. Pokud ale použijeme přesnější způsob měření, v tomto případě například mikrometr nebo laserový dálkoměr, začnou se jednotlivá měření navzájem lišit. Na obrázku 7.8 a v tabulce 7.3 je ukázka toho, jak může vypadat rozdělení patnácti opakovaných měření délky stejného předmětu (např. tyče).

Jak je vidět jednotlivá měření nejsou stejná a jsou rozložena někde v okolí hledané hodnoty. Důvodem je, že při každém měření dochází k nekontrolovatelným náhodným chybám, které způsobují fluktuace měření. Jejich zdrojem může být například šum v elektronice, drobné nepřesnosti při čtení stupnice, nemožnost absolutní kontroly počátečních podmínek a podobně. Pokud chceme toto rozdělení jednotlivých měření charakterizovat je několika čísly namísto výpisem hodnot či histogramem, používáme tzv. *výběrový průměr*

$$\bar{X}_n = \sum_{i=1}^n x_i \quad (7.1)$$

a rozptyl S_n (nebo *varianci*) výběru}

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (7.2)$$

kde n je počet změřených hodnot a \bar{x} je střední hodnota.

S nadsázkou můžeme říci, že zatímco \bar{x}_n je průměrná hodnota z n měření, tak S_n udává, jak moc se nám při měření „klepala ruka“. Pečlivou přípravou a provedením experimentu lze některé vlivy eliminovat či omezit. Tím lze zmenšit rozptyl jednotlivých měření, nelze ale tyto jevy kompletně eliminovat. Ve fyzice je tudíž každé měření vždy zatíženo určitou nejistotou. Úkolem měření tak je nejen určit hodnotu měřené veličiny ale také kvantifikovat míru jistoty (nejistoty), s jakou bylo měření provedeno. Této nejistotě v měření se většinou říká „náhodná (statistická) chyba měření“. Právě chyba měření je nedílnou součástí fyzikálního měření.

Pokud naše jednotlivá měření náhodně fluktuují, tak jak je ukázáno na obr. 7.8, je otázkou, která ze změřených hodnot je ta „správná“. Tato otázka je samozřejmě poněkud špatně položena. Je ale snadno představitelné, že jednotlivá měření fluktuují okolo námi hledané správné hodnoty. Tím pádem je právě tato střední hodnota (průměr) ze všech měření nejlepším odhadem měřené veličiny.

Zároveň je také potřeba se zamyslet na tím, jak přesně bude tento výběrový průměr (7.1) souhlasit s nám neznámou správnou hodnotou. Není těžké si představit, že pokud provedeme malé množství měření, např. tři pokusy, bude náš odhad měřené veličiny pomocí vypočteného průměru (7.1) nejspíše více odchýlen od hledané hodnoty, než když

těchto měření provedeme například sto. Intuitivně tak vidíme, že čím více provedeme opakovaných měření, tím přesnější získáme informaci o měřené veličině – tj. výběrový průměr vypočítaný podle (7.1) bude „přesnější“.

O tom, jak přesné bude toto měření s pomocí výběrový průměru, a jak tato přesnost závisí na počtu provedených měření, pojednává jeden ze nejdůležitějších zákonů pravděpodobnosti, tak zvaný *Centrální limitní věta*. Jeho princip se nyní pokusím názorně vysvětlit (nikoliv však dokázat).

Představme si, že předchozí příklad, kdy provedeme n (v tomto případě patnácti měření) a spočítáme průměr, provedeme několikrát nezávisle po sobě, nebo jej například provede nezávisle několik osob. Vzhledem k tomu, že jednotlivá měření fluktuují, neměří každý stejných patnáct hodnot a tím pádem nedostane i stejný výběrový průměr (7.1). Tím pádem i výběrový průměr \bar{X}_n je do jisté míry náhodná veličina. Centrální limitní věta pak říká, že

- tvar rozdělení náhodné veličiny \bar{X}_n , která vznikne z n měření podle vztahu (7.1), bude mít (pro dostatečně velké n) tvar Gaussova rozdělení (obr. 7.9):

$$f(\bar{X}_n, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(\bar{X}_n - \mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (7.3)$$

kde μ je střední hodnota a σ je šířka rozdělení.

- μ má stejnou hodnotu jako střední hodnota všech měření x_i , tj. naše průměry měření \bar{X}_n budou v průměru rozděleny okolo správné hledané hodnoty, což je v pořádku. Tím pádem námi spočítaný aritmetický průměr (7.1) je vhodný „kandidát“ na výsledek měření.
- Druhý parametr (σ) – tzv. „Chyba aritmetického průměru n měření“ říká, jak moc se budou statisticky lišit průměry jednotlivých sad po n měřeních od sebe navzájem, tj. udává šířku rozdělení \bar{X}_n . Centrální limitní věta říká že

$$\sigma^2 = \frac{S_n^2}{n} \quad \Rightarrow \quad \sigma = \frac{S_n}{\sqrt{n}} \quad (7.4)$$

To znamená, že *chyba aritmetického průměru n měření* bude

$$\sigma = \frac{S_n}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (7.5)$$

Centrální limitní věta nám tímto říká, že pokud provedeme n opakovaných měření stejné veličiny X , je nejlepším odhadem správné hodnoty aritmetická průměr \bar{X}_n podle vztahu (7.1) a pravděpodobná nepřesnost má tvar Gaussovského rozdělení (7.3) (obr. 7.9) o šířce σ vypočítané dle (7.5). Právě toto σ se obvykle zjednodušeně nazývá „Chyba měření“, ačkoliv spíše než naši chybu vyjadřuje statistickou nejistotu v určení měřené veličiny. Důležitým sdělením vztahu (7.4) je závislost celkové chyby na počtu provedených měření n . Jak je vidět celková chyba závisí na rozptylu jednotlivých měření, ale především klesá s odmocninou z n , což odpovídá intuitivnímu náhledu, který říká, že čím více mě-

ření provedeme tím přesněji určíme průměr. Jak je také vidět, chceme-li zvýšit přesnost měření o jeden řád, tj. zmenšit chybu na desetinu, potřebujeme provést sto-násobný počet měření.

Ukázka statistického zpracování dat

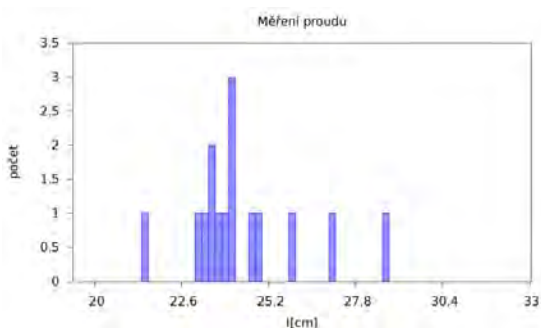
Příklad: Z patnácti naměřených hodnot v tabulce 7.3 chceme určit velikost protékajícího proudu a (statistickou) chybu měření.

Měření č.	I [mA]
1.	23.1510
2.	27.1520
3.	23.2800
4.	28.6000
5.	24.1750
6.	23.5200
7.	24.8890
8.	25.9670
9.	23.6980
10.	24.6410
11.	23.8970
12.	24.1990
13.	24.0090
14.	21.4388
15.	23.4350

Tabulka 7.3: Příklad naměřených hodnot proudu

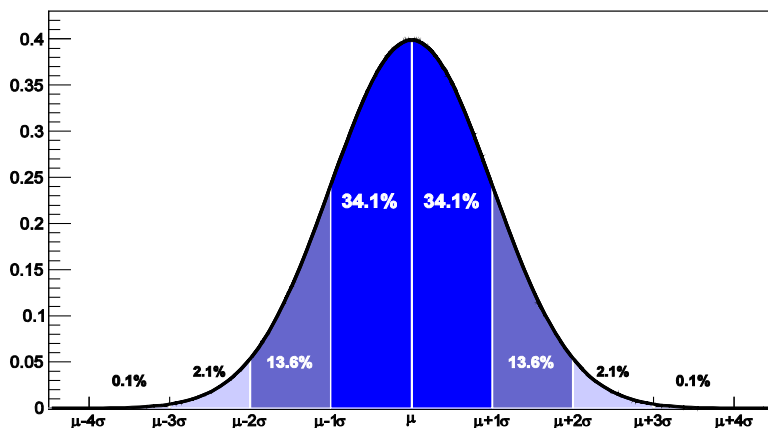
Změřené hodnoty jsou uvedeny s přesností na čtyři desetinná místa. To však neznamená, že výsledné měření má takovouto přesnost. Všechna měření jsou zobrazena na obrázku 7.8.

Obrázek 7.8: Výsledky měření proudu



- Podle vztahu (7.1) spočítáme průměrnou hodnotu $\bar{x} = 24.403453$.
- Pomocí (7.2) spočítáme varianci výběru $S_n = 1.737084$, která udává rozptyl jednotlivých měření.
- Z (7.5) získáme chybu průměru $\sigma = 0.4485$.
- Výsledek a chybu zaokrouhlíme na stejnou úroveň a to na jednu platnou cifru chyby. Výsledek se pak zapisuje v tomto tvaru: $I = (24.4 \pm 0.4)$ mA. Zde je důležité nezapomenout na jednotky.

Výsledkem měření je tedy hodnota 24.4 mA s neurčitostí 0.4 mA a to i přes to, že jednotlivá měření měla mnohem větší rozptyl o velikosti 1.7 mA.



Obrázek 7.9: Gaussovo rozdělení se střední hodnotou μ a šířkou σ .

Interpretace výsledků

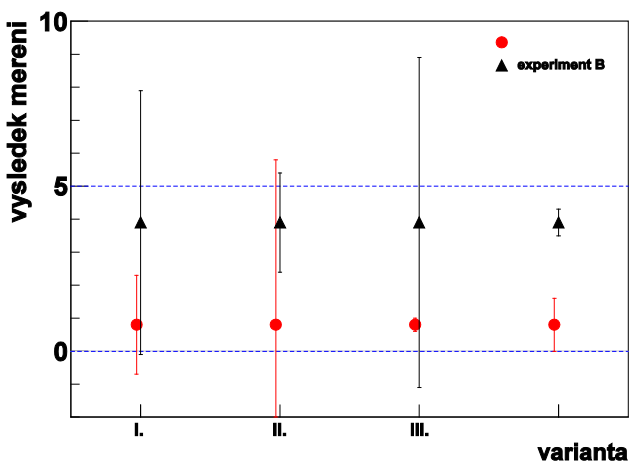
V předchozím příkladě jsme získali výsledek měření včetně chyby $I = (24.4 \pm 0.4)$ mA. Význam výsledku měření lze demonstrovat pomocí obrázku 7.9, kde je vykreslen tvar Gaussova rozdělení. V předchozím měření jsme určili velikost I jako střední hodnotu ze změřených dat. To však neznamená, že námi změřená hodnota je 24.4 mA je zcela jistě hledaná přesná hodnota. Znamená to ale, že z námi změřených hodnot jsme určili 24.4 mA jako nejlepší odhad správné neznámé hodnoty. Správná hodnota, kterou neznáme, se pak s určitou pravděpodobností, odpovídající rozdělení v obrázku 7.9, nachází v okolí hodnoty $\mu = \bar{x} = 24.4$ mA. Šířka této oblasti pak závisí na σ , které jsme vypočítali jako $\sigma = 0.4$ mA.

Pravděpodobnost, že se reálná hodnota liší maximálně o Δx od námi určené hodnoty, odpovídá velikosti plochy pod křivkou v oblasti $\langle \mu - \Delta x, \mu + \Delta x \rangle$. Zde je potřeba si všimnout jedné zásadní vlastnosti Gaussova rozdělení na obrázku 7.9. Pravděpodobnost toho, že reálná hodnota leží mimo tuto oblast, klesá velmi rychle se vzdáleností od μ .

Lze spočítat, že pravděpodobnost toho, že se reálná hodnota nalézá v intervalu $\langle \mu - \sigma, \mu + \sigma \rangle$ je 68.2 %. Pravděpodobnost toho, že se reálná hodnota nalézá v intervalu $\langle \mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma \rangle$ je 95.4 % a pravděpodobnost v intervalu $\langle \mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma \rangle$ je již 99.7 %. Z toho vyplývá, že z výsledků předchozího příkladu můžeme usoudit, že pravá hodnota proudu I , který měříme, se nalézá s pravděpodobností 99.7 %, tj. skoro jistě v intervalu $\langle \mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma \rangle = \langle 2.8, 3.6 \rangle$. Abychom pochopili, proč jsou chyby měření důležité, ukažme si, jak může záviset fyzikální interpretace výsledků na chybě měření.

Příklad: Mějme dvě různá teoretická vysvětlení stejného jevu. Obě teorie předpovídají pro jednu pozorovatelnou veličinu X její hodnotu, ale každá jinou. Dejme tomu, že první teorie předpovídá hodnotu $x = 0$ a druhá teorie předpovídá $x = 5$. Dále máme dva nezávislé experimenty „A“ a „B“, které se snaží dané teorie buď potvrdit, nebo vyloučit pomocí měření. Uvažujeme několik variant výsledků obou experimentů, které mohou nastat. V každé variantě změří oba experimenty stejnou hodnotu experiment A ve všech případech změří hodnotu 0.8 a experiment B pokaždé naměří hodnotu 3.9. jednotlivé varianty se ale liší chybou, s jakou byla měření provedena. V tabulce u obrázku 7.10 jsou uvedeny velikosti chyby měření pro čtyři různé varianty (I. – IV.) pro oba experimenty. Výsledky pro všechny varianty jsou pak zobrazeny v obrázku 7.10, kde jsou modrou čarou zobrazeny obě předpovědi spolu s výsledky měření. Chyba měření je vždy zobrazena vertikální úsečkou o délce 1σ na obě strany okolo změřené střední hodnoty.

	A	B
\bar{x}	0.8	3.9
$\sigma_{I.}$	1.5	4.0
$\sigma_{II.}$	5.0	1.5
$\sigma_{III.}$	0.2	5.0
$\sigma_{IV.}$	0.8	0.4



Obrázek 7.10: Ukázka čtyř měření (I.-IV.) veličiny X (osa y) se stejnou hodnotou, ale s rozdílnými chybami σ . Modrou čarou jsou znázorněny dvě hodnoty, se kterými měření porovnáváme.

Jednotlivé varianty výsledků na obrázku 7.10 je pak nutné interpretovat:

- I. Výsledek experimentu A je v rámci chyby v souladu s předpovědí $X = 0$ a v podstatě vylučuje (na úrovni σ) předpověď $X = 5$. Výsledek experimentu nevylučuje ani jednu předpověď – není dostatečně přesný. Celkově lze říci, že výsledky obou experimentů jsou spolu kompatibilní a souhlasí s předpovědí $X = 0$.

- II. Situace je přesně opačná, než v případě I. Z experimentu A nelze vyvodit závěr, obě předpovědi mohou být správně. Experiment B je v souladu s předpovědí $X = 5$ a vyvrací předpověď $X = 0$.
- III. Zatímco B má příliš velkou chybu, experiment A je velmi přesný, ale nesouhlasí ani s jednou předpovědí, tj. zamítá obě.
- IV. Oba dva experimenty A i B jsou velmi přesné a oba dva nesouhlasí ani s jednou předpovědí. Navíc je „znepokojivé“, že výsledky obou experimentů nejsou ani navzájem vůči sobě kompatibilní.

Jak je vidět, určení míry nejistoty, tj. chyby měření, je nezbytnou součástí fyzikálních měření, bez které nelze správně interpretovat data.

Nepřímá měření

V mnoha případech je úkolem měření určit hodnoty hledané veličiny z hodnot jiných veličin na základě funkčního vztahu $w = f(x, y, \dots)$ a znalosti měření $\bar{x} \pm \Delta x$, $\bar{y} \pm \Delta y$, ... Je očividné, že přesnost určení veličiny w bude závislé na přesnosti měření x a y . Naším úkolem je pak získat výsledek se správně určenou chybou, opět ve tvaru

$$w = \bar{w}(x, y, \dots) \pm \sigma_w(x, y, \dots).$$

Průměrnou hodnotu \bar{w} získáme pouhým dosazením do vztahu

$$\bar{w} = f(\bar{x}, \bar{y}, \dots) \quad (7.6)$$

Velikost chyby σ_w lze odvodit z následující vztahu

$$\sigma_w = \sqrt{\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \dots} \quad (7.7)$$

ze kterého je vidět, že výsledná chyba závisí nejen na chybách jednotlivých měření skrze hodnoty σ_x a σ_y , ale také na tvaru funkční závislosti skrze parciální derivace $\partial w / \partial x$ a $\partial w / \partial y$. Ačkoliv vztah (7.7) vypadá poměrně komplikovaně, lze jej pro základní aritmetické operace vyjádřit v jednoduše aplikovatelném tvaru:

- Při násobení konstantou: ve vztahu $w(x) = k \cdot x$, kde k je konstanta, se chyba pouze násobí:

$$\sigma_w = k \cdot \sigma_x.$$

- Pro operace sčítání a odčítání $w = x \pm y$ získáme z (7.7)

To lze slovně vyjádřit poučkou, která říká že „Při sčítání a odčítání se chyby sčítají v kvadrátech“.

- Pro násobení a dělení $w = x \cdot y$ nebo $w = x/y$ získáme z (7.7)

$$\left(\frac{\sigma_w}{w}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2 \Rightarrow \sigma_w = w \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2}$$

To lze slovně vyjádřit poučkou, která říká že „Při násobení a dělení se v kvadrátech sčítají relativní chyby“.

- Pro chybu mocninné závislosti $w(x) = x^k$, kde k je konstanta, získáme

$$\frac{\sigma_w}{w} = k \cdot \frac{\sigma_x}{x}$$

Tyto vztahy lze samozřejmě kombinovat. Z těchto vztahů je také vidět, že při měření s více proměnnými je potřeba zvážit, s jakou přesností je nutné měřit jednotlivé veličiny. Pokud například chceme získat výsledky pro podíl dvou veličin a jedna z nich je měřena s relativní přesností $\frac{\sigma_x}{x} = 0\%$, pak je nesmyslné snažit se měřit druhou veličinu s přesností $\frac{\sigma_y}{y} = 0.1\%$. Chyba výsledku bude určena v podstatě pouze prvním měřením.

V některých případech potřebujeme odhadnout chybu měření a kompletní výpočet podle vztahu (7.7) může být zbytečně složitý. V takových případech můžeme odhadnout nejvyšší hranici předpokládané chyby aproximací vztahu (7.7) na

$$\sigma_w = \left| \frac{\partial w}{\partial x} \right| \sigma_x + \left| \frac{\partial w}{\partial y} \right| \sigma_y + \dots \quad (7.8)$$

který lze často spočítat i z paměti.

Kombinace nestejně přesných měření jedné veličiny

Často je možné se setkat s případem, kdy máme několik výsledků měření stejné veličiny. Například když několik různých experimentů měřilo stejnou veličinu. Naším úkolem je pak určit co nejpřesněji hodnotu dané veličiny s použitím informací ze všech dostupných měření. Nejjednodušší řešení, které nás napadne, je všechna dostupná měření zprůměrovat. To však nemusí být správně, protože různá měření mají různé chyby a tudíž lze předpokládat, že správný výsledek bude spíše blíže k měření, které má nejmenší chybu. Pro tyto případy se používá vážený průměr. Mějme tedy n měření veličiny X ve tvaru $x_i \pm \sigma_i$. Odhad střední hodnoty výsledku je

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i p_i}{\sum_{i=1}^n p_i} \quad (7.9)$$

kde p_i je váha odvozená z chyby jednotlivých měření

$$p_i = \frac{1}{\sigma_i^2} \quad (7.10)$$

Chybu výsledku pak lze získat s použitím vztahu (7.7) jako

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{1}{\sum_{i=1}^n p_i}} \quad (7.11)$$

Chyba měřicích přístrojů

Pokud se zamyslíme nad vztahem (7.5), mohlo by se zdát, že ačkoliv teoreticky, tak přeci jen lze dospět k jakkoliv přesné hodnotě výsledku, pokud provedeme dostatečný počet měření. S tím v podstatě souvisí také druhá otázka. Pokud jsem schopni provést pouze jedno měření dané veličiny, jaká je potom chyba měření?

Obě otázky souvisí s přesností měřicích přístrojů. Je třeba si uvědomit, že žádný měřicí přístroj sám o sobě neměří absolutně přesně. Často minimálně jen proto, že zobrazuje konečný počet cifer při měření spojité proměnné. V principu ale v každém přístroji dochází k náhodným fluktuacím, které způsobují odchylky při měření. To znamená, že každá zaznamenaná, nebo zobrazená veličina má automaticky chybu σ_p danou přístrojem.

Z toho také vyplývá, že chyba jednoho měření nikdy nemůže být menší, než je chyba přístroje. Zde je třeba podotknout, že chyba jednoho měření bývá obvykle vyšší než jen samotná chyba přístroje a pokud není k dispozici více měření, je potřeba ji alespoň rozumným způsobem odhadnout.

V řadě případů budou velikosti ostatních nepřesností, které ovlivňují měření větší než chyba přístroje σ_p . Může se ale stát, že σ_p bude větší nebo na úrovni chyby statistického průměru (7.5) a pak je třeba ji započítat do výsledku (typickým příkladem jsou třeba měření na hranici rozlišení analogového ampérmetru). Výsledná chyba σ'_x měření je pak

$$\sigma'_x = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_p^2} \quad (7.11)$$

kde σ_x je chyba průměru měření spočítaná podle vztahu (7.5).

Ze vztahu je vidět, že celková chyba měření nemůže být vyšší, než je chyba měřicího přístroje. Z toho také vyplývá, že nemá smysl dělat další měření v případě, kdy je statistická chyba na úrovni chyby dané přístrojem.

Jak určit správně chybu přístroje nemusí být často jednoduché. V nejlepších případech je chyba uvedena výrobcem. A to buď jako absolutní chyba, nebo jako chyba relativní. Pokud tomu tak není, je potřeba tuto chybu vhodně odhadnout. U analogových přístrojů se velmi často dá chyba odhadnout jako velikost nejmenšího dílku stupnice.

Ukázka statistického zpracování dat

Příklad: Z poskytnutých dat naměřených hodnot elektrického proudu v tabulce 7.4 určete velikost protékajícího proudu a chybu měření. Chyba měřicího přístroje je 0.01 mA. Výsledek zpřesněte použitím výsledku jiného experimentu, který změřil hodnotu 24.8 mA s chybou 0.4 mA.

Měření č.	I [mA]
1.	23.151
2.	27.152
3.	23.280
4.	28.600
5.	24.175
6.	23.520
7.	24.889
8.	25.967
9.	23.698
10.	24.641
11.	23.897
12.	24.199
13.	24.009
14.	30.939
15.	23.435

Tabulka 7.4: Příklad změřených hodnot proudu I .

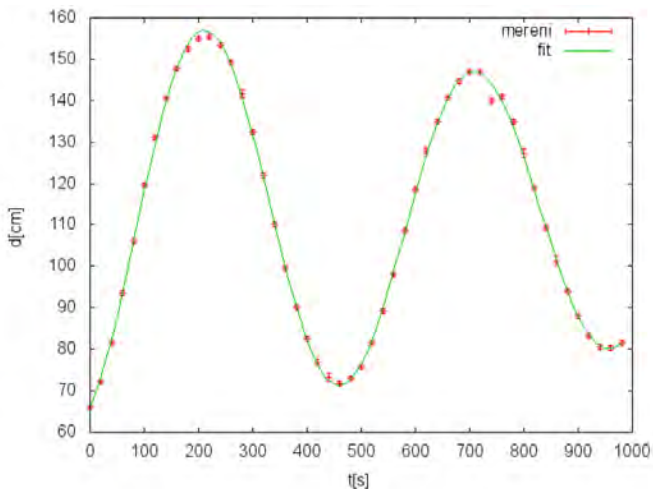
Pro základní zpracování naměřených dat budeme postupovat následovně:

- Určíme aritmetický průměr \bar{I} podle vztahu (7.1), který počítáme o jedno místo navíc, než bylo měřeno: $\bar{I} = 25.03680$ mA
- Určíme střední kvadratickou chybu aritmetického průměru σ , podle vztahu (7.5) a zaokrouhlíme ji na jedno platné místo: $\sigma_I = 0.6$ mA.
- Aritmetický průměr \bar{I} zaokrouhlíme na stejný počet desetinných míst, jako má střední kvadratická chyba aritmetického průměru.
- Výsledek měření zapíšeme ve tvaru: $I = (\bar{I} \pm \sigma_I)$ [jednotka]: $I = (25.0 \pm 0.6)$ mA.
- Výsledek měření dále zpřesníme s použitím výsledku druhého experimentu $I_2 = (24.8 \pm 0.4)$ mA pomocí vztahů (7.9) a (7.11): (24.8 ± 0.4) mA.
- Vzhledem k tomu, že chyba přístroje je o řád nižší, než statistická chyba výsledku, lze vliv chyb přístroje zanedbat.

Celkový výsledek je tedy $I = (24.8 \pm 0.4)$ mA.

Grafy

Ve vědě velmi často pozorujeme nebo měříme závislost jedné proměnné na druhé. Typické měření je například vývoj měřené veličiny v čase. Takováto data je samozřejmě možné zobrazit například v tabulce, ale jeden z nejpřehlednějších a tudíž nejpoužívanějších způsobů zobrazení závislosti dvou proměnných je graf. Ukázka grafu vyrobeného v programu GnuPlot je vidět na obrázku 7.11.



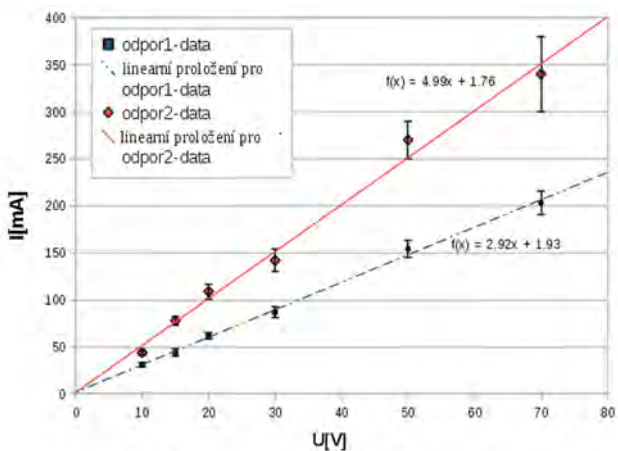
Obrázek 7.11: Ukázka měření časové závislosti výchylky tlumeného kyvadla.

Jak je vidět, graf poskytuje výborný způsob jak přehledně zobrazit vzájemné souvislosti veličin. Každý graf by měl mít několik základních prvků, aby byl dostatečně dobře čitelný:

- Pro osy grafu platí:
 - Nezávislá proměnná je uváděna na vodorovné ose, závislá na svislé ose.
 - Popisky os musí obsahovat symboly veličin společně s jejich rozměry.
 - Osa by měla mít vhodně zvolené stupnice – hlavní a vedlejší dělení.
 - Hlavní dílky stupnice se označují číselným údajem.
 - Někdy může být účelné zajistit, aby osa procházela nulou.
- Graf by měl být dostatečně velký na to, aby byl dobře čitelný. To se týká zejména velikosti písma, symbolů a tloušťky čar.
- Pro zobrazování hodnot (bodů na grafu) platí následné:
 - Body se zobrazují pomocí vhodných, dobře odlišitelných, grafických symbolů (kříže, kolečko, čtvereček, diamant,...)
 - Jednotlivé body se nekótují (není-li k tomu zvláštní důvod třeba u některých významných bodů). To znamená, že se do grafu nevypisují hodnoty pro jednotlivé body, ačkoliv například MS-Excel to dělá automaticky.
 - Jednotlivé hodnoty se vždy zobrazují s chybami. Chyby závislé proměnné se zobrazují jako vertikální úsečky. Například, pokud je hodnota 13.6 ± 0.2 , pak je bod v 13.6 a vertikální úsečka od 13.4 do 13.8. V některých případech mohou být chyby i asymetrické.
- Body pro jednotlivá měření se nedoporučuje spojovat. Body lze prokládat očekávanou závislostí. Ta ale většinou neprochází přesně všemi body. To je samozřejmě dáno tím, že měření mají chybu a proložená závislost nám v podstatě říká, kde bychom očekávali výsledek, pokud bychom měřili absolutně přesně. Alternativou je použít křivku pro vedení oka, což je nutné zmínit v popisku k obrázku.

- V případě, kdy graf obsahuje více závislostí, odlišují se různým typem čáry (plná, čárkovaná, čerchovaná,...) a/nebo různým typem grafického symbolu.
- Data a křivky by měly být označeny uvnitř obrázku. To proto, aby i při překopírování samotného obrázku a jeho použití jinde, bylo jasné, o jaká data se jedná.
- Popisky dat mohou být umístěny uvnitř grafu, popřípadě v popisu obrázku.
- Graf by měl být vytvořen tak, aby byl čitelný i v černo-bílé verzi – to je důležité zejména u psaných protokolů.

V obrázku 7.12 je ukázka grafu vyrobeného MS-Excel, který ukazuje změřenou závislost proudu na přiloženém napětí pro dva různé odpory. Velikost odporů je pak získána pomocí proložení lineární závislosti změřenými daty.



Obr. 1: Změřená závislost proudu na přiloženém napětí pro dvě hodnoty odporu.

Obrázek 7.11: Příklad grafu vytvořeného v MS Excel: Závislost proudu I na přiloženém napětí U pro dva různé odpory.

8. Řešení úlohy „Gumičkový pohon“ (Rubber motor)

Řešitelský tým Mendelova Gymnázia Opava - Adam Šťastný, Jan Mazáč, Daniel Štěrba, Dalibor Repček, Tomáš Lamich

Originální zadání: A twisted rubber band stores energy and can be used to power a model aircraft for example. Investigate the properties of such an energy source and how its power output changes with time.

Český překlad: Zkroucená gumička do sebe ukládá energii a může být použita jako zdroj energie do např. modýlku letadla. Prozkoumejte vlastnosti takového zdroje energie a zjistěte, jak se výkon mění v závislosti na čase.

Klíčové pojmy

Vícenásobné vinutí – jakmile se gumička zkroutí v torzi natolik, že se na ni již další zkrut „nevleze“, přeskóčí gumička ve vinutí vyšší úrovně (tzn. vytvoří se primární zkrut ve tvaru oka, od něž se šíří vinutí vyšší úrovně); připomíná vícenásobnou šroubovici.

Normálové napětí (dále jen napětí) – nnutí ve vnitřní struktuře materiálu vyvolané vnější působící silou (působící síla na plochu průřezu – jednotkou je pascal).

Závit – jedno otočení vrtulky kolem své osy odpovídá zkroucení průřezů ploch na koncích gumičky o 360° .

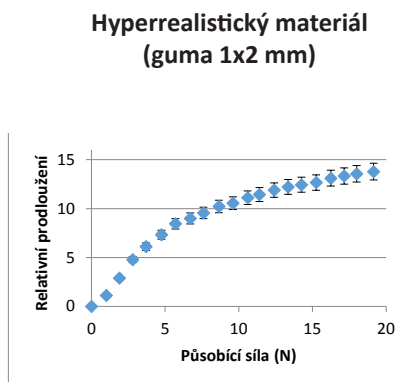
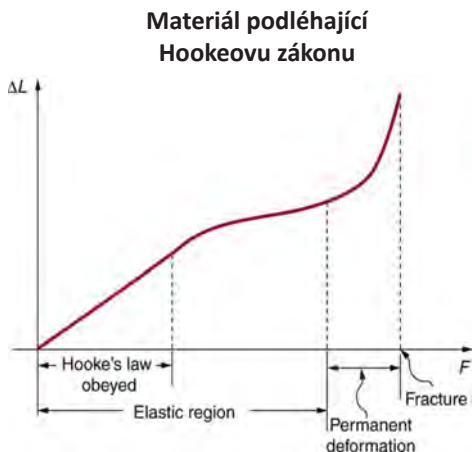
Teorie

Hyperelastické materiály

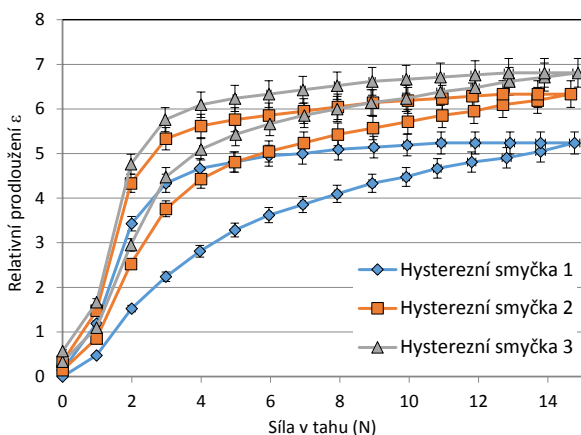
V zásadě se tyto materiály vyznačují tím, že již při velmi malých hodnotách napětí vykazují velkou změnu délky. Řádově se jejich relativní prodloužení již při malých působících silách může pohybovat v desítkách až stovkách procent. Pokud se pohybujeme v napětích větších, pak jsou již změny délky daleko menší. Tyto materiály jsou „elastické“ až do meze pevnosti, ale jejich elasticita není dokonalá. Mezi tyto materiály patří i gumičky v této úloze.

Deformace gumičky

Problémem gumičky jakožto hyperelastického materiálu je, že se poté co na ni přestává působit vnější síla (jakékoli velikosti), nevrací přesně do stejného stavu, v jakém byla před působením této síly (např. v tahu je tato gumička lehce prodloužena). Velikost prodloužení závisí na velikosti působící síly. Hranice mezi deformací pružnou (elastickou) a nepružnou (plastickou) není tedy u těchto materiálů přesně stanovena. Proto pro tyto materiály přesně neplatí Hookeův zákon (který má platit jen pro deformaci pružnou). Každá působící síla způsobí nenávratně deformaci těchto materiálů (gumiček), což je nazýváno jako Mullinsův jev (neboli měknutí gumy, obr. 8.1). Tudíž je nutné používat při každém měření novou gumičku.



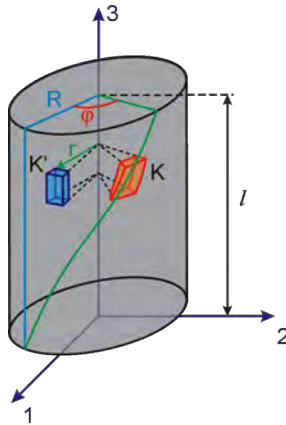
Obrázek 8.1: Hyperelastický materiál skutečně vykazuje v porovnání s materiálem podléhajícím Hookeovu zákonu jiné hodnoty relativního prodloužení (ΔL) v tahu v závislosti na působící síle (F). [Zdroj: <http://cnx.org/content/m42081/latest/?collection=col11406/latest>]



Obrázek 8.2: Změřená závislost relativního prodloužení gumičky na síle v tahu. Přítomnost hysterezní smyčky potvrzuje Mullinsův jev u hyperelastických materiálů.

Deformace v torzi

Deformace v torzi (v krutu, obr. 8.3) je v podstatě deformací ve smyku kolem nepohyblivé (nedeformované) vnitřní osy, která prochází (u souměrných těles) všemi středy souměrnosti jejich kolmých průřezů. Jde o stáčení průřezu vzhledem k ose tělesa, aniž by se tyto průřezy deformovaly. Deformace v torzi je deformace ve smyku vztažená na určitou objemovou jednotku, která je charakterizována výškou, vzdáleností od osy, úhlem zkroucení atd.



Obrázek 8.3: Schéma deformace v torzi. [Zdroj: Kurz fyziky katedry povrch; a plazmatu pro distanční studium, http://physics.mff.cuni.cz/kfpp/skripta/kurz_fyziky_pro_DS/display.php/kontinuum/3_4]

Celkovou deformační energii při deformaci v torzi (celkovou uloženou energii) vyjadřuje následující vztah:

$$U = \frac{G J_p}{l} \int_0^\varphi \varphi d\varphi = \frac{G J_p \varphi^2}{2l}, \quad (8.1)$$

kde φ je úhel zkroucení, J_p je polární kvadratický moment plochy průřezu (závisí pouze na rozměrech plochy), l je délka deformovaného tělesa a G je modul pružnosti ve smyku (látková proměnná charakterizující těleso při deformaci ve smyku).

Podle vzorce je zřejmé, že energie do gumičky vložená závisí kvadraticky na úhlu zkroucení. Takto bychom tedy mohli vypočítat, kolik energie uložíme do gumičky při deformaci. Tento vztah však není zcela přesný, protože je založen na předpokladech, které nejsou zcela splněny:

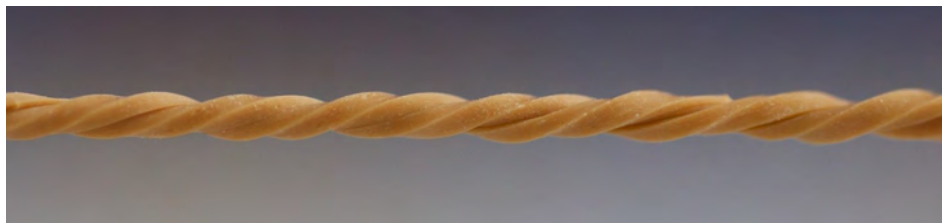
- 1) Gumička je hyperelastický materiál, tzn. nepodléhá přesně Hookeovu zákonu (s tím souvisí proměnlivá hodnota G , který je závislý na Youngově modulu pružnosti, který vychází z Hookeova zákona pro pružnou deformaci a závisí na deformační síle působící na dané těleso). Pro malé úhly zkrutu bychom mohli považovat G za konstantu, to však není náš případ, kdy dosahujeme na gumičce mnoha otáček.
- 2) Na gumičce dochází k mnohonásobnému vinutí gumičky, které způsobuje natahování gumičky, a tím změnu plochy průřezu gumičky (deformace v torzi je definována s konstantní plochou průřezu, a výše uvedený vzorec platí pouze pro deformaci v torzi).

Navíc pro nás není důležitá přesná hodnota energie námi do gumičky vložené, jako spíše hodnota energie, kterou můžeme z gumičky získat na vykonání práce (která bude záviset také na tepelných ztrátách při uvolňování deformované gumičky a také na způsobu vinutí dané gumičky). Tím, že je G proměnlivé číslo v závislosti na působící síle, vložená energie závisí také kvadraticky na úhlu zkroucení a při uvolňování energie bude docházet k tepelným ztrátám, nebude tedy možné jednoduše předpovědět vztah mezi energií do gumičky vloženou a užitečnou práci gumičkou vykonanou.

Vícenásobné vinutí

Vznik vícenásobného vinutí je velmi složitý a pro nás matematicky nepopsatelný proces, a proto jej vyjadřujeme jen kvalitativně. Při napnutí gumičky mezi konstrukci a vrtuli vzniká vždy v gumičce napětí v tahu (toto napětí způsobuje i sama tíhová síla „uměle nenapjaté“ gumičky). Po započetí deformování gumičky v torzi (obrázek 8.4), roste uvnitř gumičky napětí ve smyku (mezi kolmými průřezy gumičky). Jakmile je úhel zkroucení natolik velký, že napětí ve smyku dosáhne (a přesáhne) hodnoty prvotního napětí v tahu, je pro gumičku výhodnější uložit další vloženou energii deformací v tahu. Gumička se začne nejprve vlnit (obrázek 8.5), tím se začne prodlužovat a nakonec se vytvoří prvotní „očko“ vinutí vyššího stupně (obrázek 8.6). Tímto napětí v tahu opět přeroste napětí ve smyku a následná část dodané energie se uloží v deformaci ve smyku, resp. v krutu. Znovu však přeroste napětí ve smyku hodnotu napětí v tahu, gumička se zvlní (obrázek 8.8), vytváří se další „očko“ vinutí vyšší úrovně. Takto se celý proces dále opakuje. Jako vinutí první úrovně bereme jednoduchou deformaci v krutu (bez vzniklých „oček“).

Vinutí vyšší úrovně v sobě ponese více uložené energie než vinutí úrovně nižší, jelikož při ukládání této energie je třeba překonat vyšší napětí v gumičce. Totéž platí i pro jednotlivé otáčky (s každou otáčkou se zvyšuje i množství energie, které je potřeba k vytvoření této otáčky).



Obrázek 8.4: Ukázka jednoduchého (primárního) vinutí.



Obrázek 8.5: Začínající vlnění na primárním vinutí (náznak vzniku sekundárního vinutí („očka“)).



Obrázek 8.6: První očka sekundárního vinutí.



Obrázek 8.7: Dokončené sekundární vinutí. Při dalším točení se toto vinutí zhušťuje a narůstá napětí v krutu, a proto se opět začíná gumička vlnit (viz další obrázek).



Obrázek 8.8: Zvlnění sekundárního vinutí.

Prasknutí gumičky

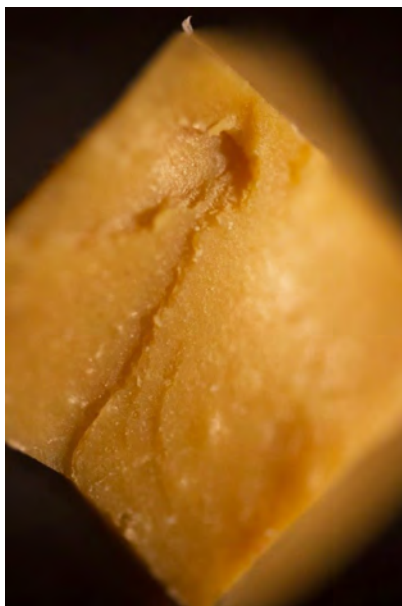
Vlivem pokračující deformace v torzi roste napětí ve smyku i napětí v tahu. Gumička tedy může prasknout ze dvou odlišných důvodů:

- „Ukrouť se“ – při deformaci v torzi se napětí ve smyku zvyšuje s rostoucí vzdáleností od osy a gumička začne praskat směrem od vzdálenějších struktur směrem k bližší ose.
- „Přetrhne se“ – vazby ve struktuře gumičky se uvolní díky napětí v tahu, které překročí mez pevnosti daného materiálu.

Prasknutí gumičky nastává vlivem obou těchto faktorů, které působí zároveň. Gumička se pak může například částečně ukroutit, čímž se sníží mez pevnosti při deformaci v tahu a gumička praskne.



Obrázek 8.9: Trvale poškozená gumička s poškozenou strukturou a přetrhanými vazbami (zpravidla na hranách)

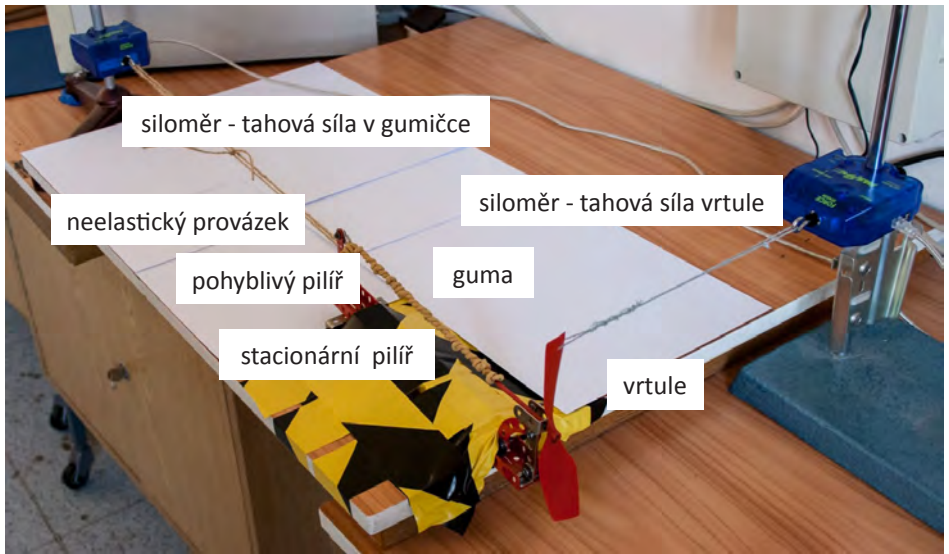


Obrázek 8.10: Detail přetržené gumičky pod mikroskopem

Popis aparatury

Aparatura je zdokumentována na obr. 8.11; nejdůležitější rozměry jsou uvedeny níže:

- poloměr vrtule: 6,4 cm
- vzdálenost stacionárního a pohyblivého pilíře 20 cm
- způsoby natažení gumy: jednoduché natažení mezi pilíři, natažení jako smyčka, 2 smyčky, 3 smyčky atd.
- počáteční natažení gumy: na vzdálenost 20 cm jsme natahovali gumy o délce 20 cm (relativní prodloužení 0), 10 cm (rel. pr. 1), 6,6 cm (rel. pr. 2) a 5 cm (rel. pr. 3)



Obrázek 8.11: Fotografie použité experimentální aparatury

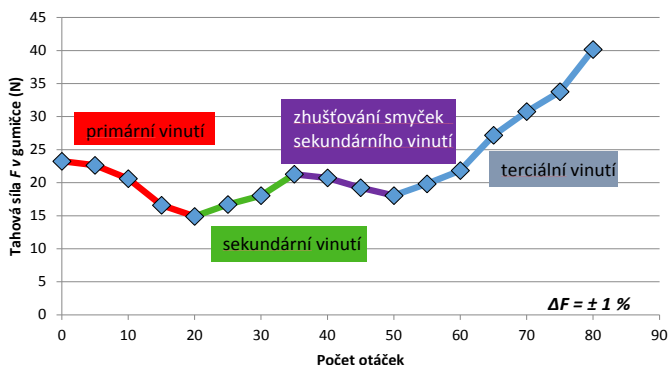
Vyšetřování vlastností gumičkového motoru, jakožto zdroje energie

Pomocí siloměrů jsme měřili sílu v tahu působící uvnitř gumičky a tahovou sílu působící na konci vrtule vždy po určitém počtu otáček. Díky znalosti velikosti síly působící na konci vrtule a znalosti délky vrtule (ramena síly) jsme schopni vypočítat energii do gumičky vloženou a energii z gumičky získanou.

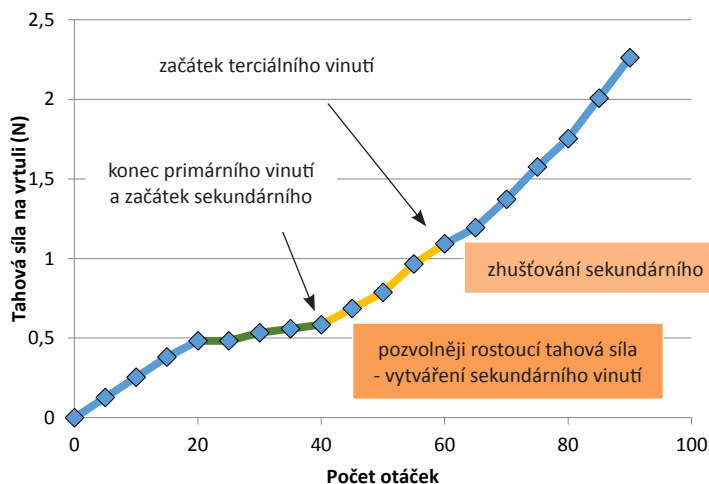
$$E = \int_0^s F ds \quad \wedge \quad F = f(s) \quad \wedge \quad s = k2\pi r \quad \wedge \quad s = f(k) \quad (8.1)$$

$$E = 2\pi r \int_0^k f(k) dk, \quad (8.2)$$

kde E je energie, F je síla, s je dráha a k je počet otáček.



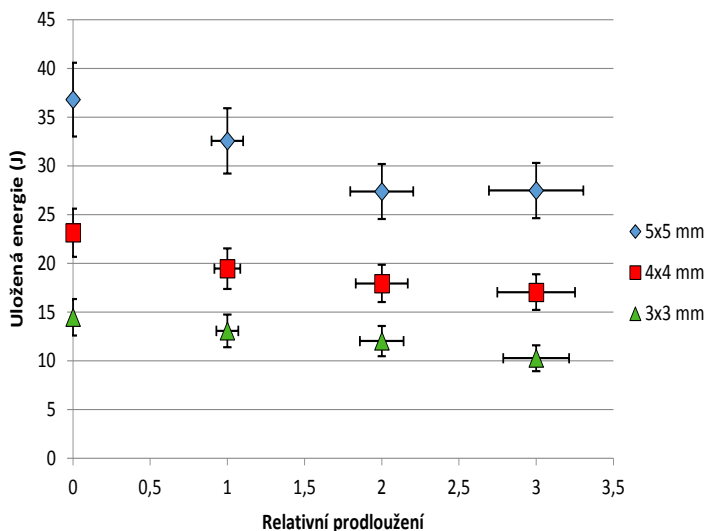
Obrázek 8.12: Závislost tahové síly F v gumičce na počtu otáček (guma $1 \times 1,5$ mm; relativní prodloužení 1; 8 smyček).



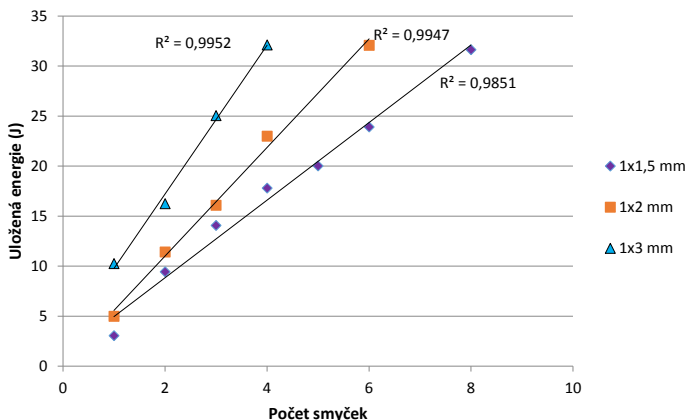
Obrázek 8.13: Závislost tahové síly na vrtuli na počtu otáček (guma 1×2 mm, relativní prodloužení 1; 6 smyček).

Grafy na obr. 8.12 a 8.13 ukazují kolísání a nepřímo i vzájemné vyrovnávání sil působících uvnitř gumičky. Na začátku narůstá v gumičce napětí v krutu, kdežto napětí v tahu klesá (tj. primární vinutí). Jakmile je pro gumičku energeticky jednodušší vytvořit otáčku na úkor napětí v tahu, vzniká sekundární vinutí. Napětí (síla) v tahu uvnitř gumičky začíná růst, zatímco napětí v krutu roste pozvolněji, díky tvaru sekundárního vinutí, který nevyžaduje od gumičky tak velký úhel zkroucení jako vinutí primární. V momentě, kdy už se energeticky nevyplatí vytvářet smyčky na úkor napětí v tahu, začíná se sekundární vinutí utahovat (nevznikají nové smyčky) a klesá napětí v tahu. Stejným způsobem vzniká i terciální vinutí.

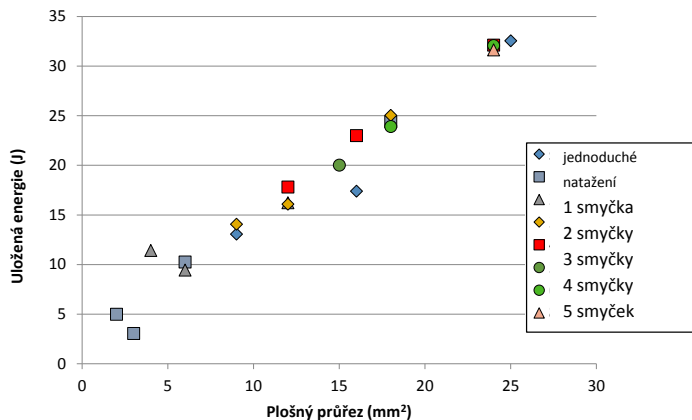
Integrací grafů síly na vrtuli v závislosti na počtu otáček jsme vypočítali hodnoty energie do gumičky vložené a získané pro různé typy gumiček a způsobů upevnění těchto gumiček (obr. 8.14 – 8.17).



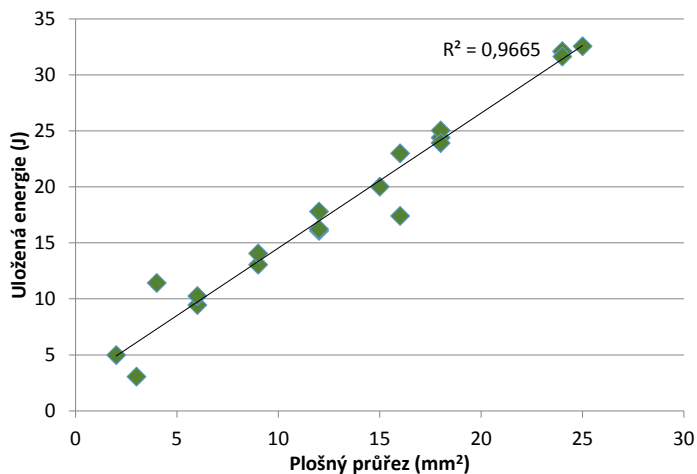
Obrázek 8.14: Závislost uložené energie na počátečním relativním prodloužení pro různé průřezy. Uložená energie je vypočítána integrací z grafu síly od nuly po počet otáček při prasknutí. Gumičky na začátku méně napnuté ukládají více energie než gumičky napnuté více. Je to pravděpodobně způsobeno tím, že zpočátku napnutější gumičky praskají při nižším počtu otáček, což je způsobeno právě vyšším napětím v gumičce na počátku experimentu.



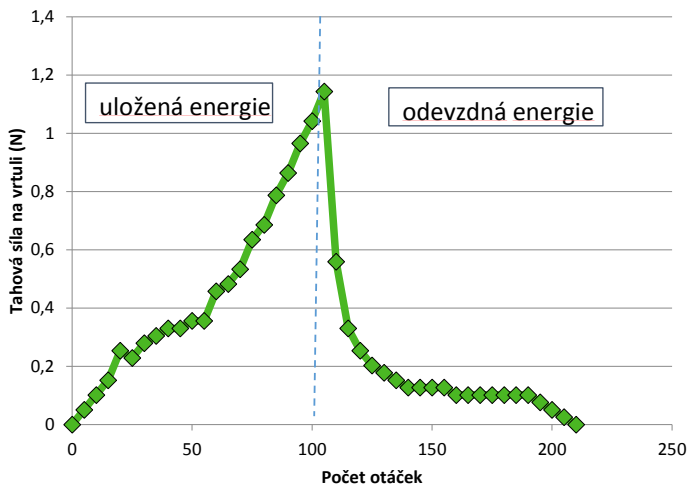
Obrázek 8.15: Závislost uložené energie na počtu smyček (1 smyčka, 2 smyčky, ...) gumiček různých průřezů. Z grafu je patrné, že energie uložená v gumičkách roste lineárně s počtem smyček (celkovou počáteční plochou průřezu všech smyček).



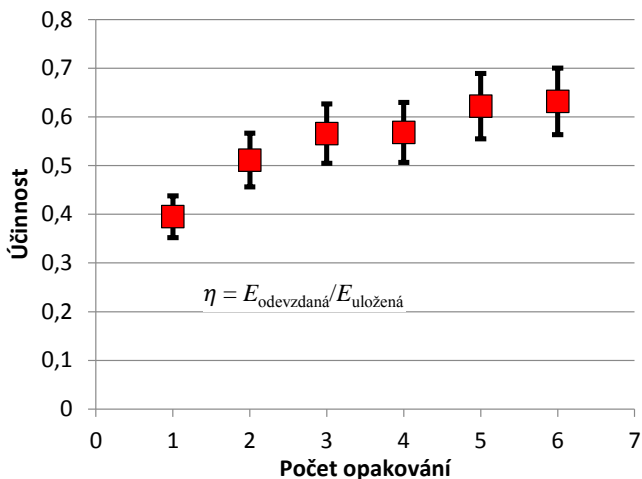
Obrázek 8.16: Závislost uložené energie na plošném průřezu a počtu smyček (relativní prodloužení = 1). Graf ukazuje, že uložená energie je závislá pouze na celkové ploše průřezu gumičky v daném experimentu a nezáleží na způsobu uchycení gumičky. Je možné, že by se při mnohonásobně vyšších průřezích mohla projevit závislost na způsobu uchycení gumičky, avšak tuto závislost jsme my s našimi gumičkami nepozorovali.



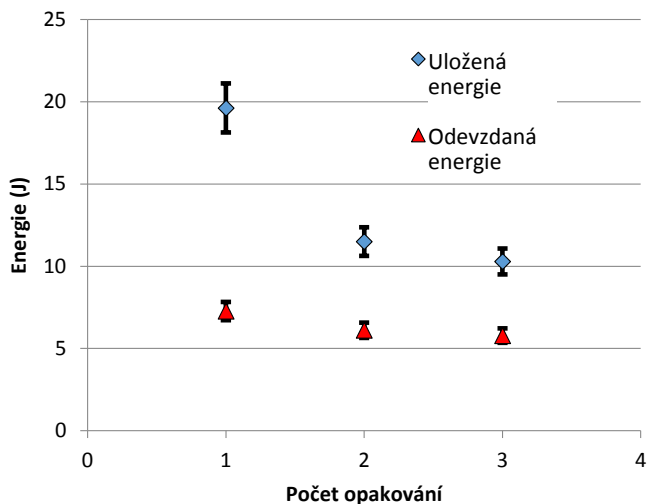
Obrázek 8.17: Závislost uložené energie na plošném průřezu (relativní prodloužení = 1). Tento graf je pouze jednobarevným provedením obr. 8.16 se zázorněnou lineární závislostí uložené energie na plošném průřezu.



Obrázek 8.18: Závislost tahové síly na vrtuli na počtu otáček (guma 3×3 mm, relativní prodloužení 1). Tento graf je pouze ilustrační; získáme z něj data pro výpočet (provádí se integrací) uložené a odevzdané energie gumičky.



Obrázek 8.19: Závislost účinnosti na počtu opakování (guma 3×3 mm, relativní prodloužení 1; 1 smyčka). Účinnost gumičky, jakožto motoru, roste s užíváním gumičky. Je to dáno tím, že energie uložená v nové gumičce se spotřebává na deformaci gumičky mnohem více, než je tomu u gumičky použité.



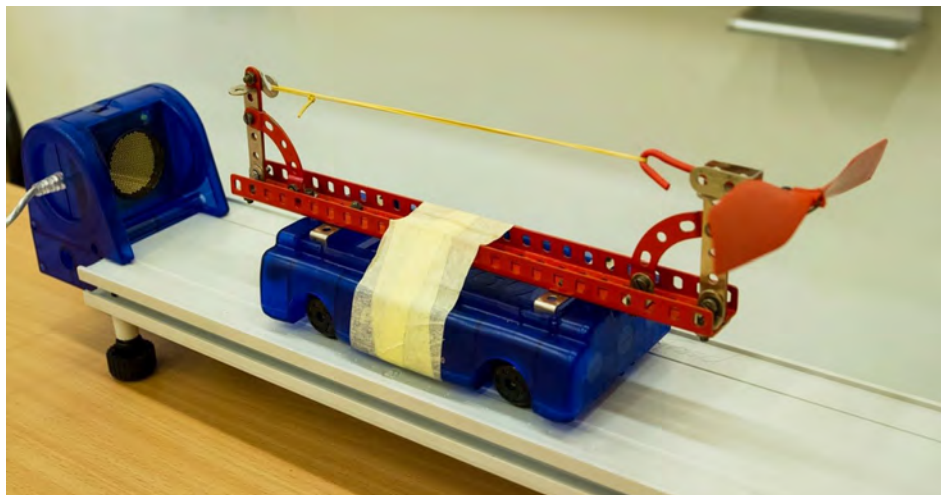
Obrázek 8.20: Závislost energie na počtu opakování (guma 3×3 mm, relativní prodloužení 1; 1 smyčka). Graf potvrzuje výsledky v grafu 8.19 o účinnosti gumičkového motoru. Je zřejmé, že uložená energie s počtem opakování klesá (u nové gumičky je velká část energie spotřebována na deformaci), zatímco energie z gumičky uvolněná zůstává téměř konstantní.

Vyšetřování závislosti výkonu gumičkového motoru na čase

Měření výkonu v čase je problematická záležitost. Zvolili jsme pro nás nejschůdnější cestu, která však má svá úskalí. Připevnili jsme gumičkový motor na autíčko, které jsme umístili na nakloněnou rovinu (dráhu). Na této dráze byl připevněný senzor polohy (radar). Ze závislosti polohy na čase a hmotnosti autíčka jsme získali závislost výkonu na čase.

V našem experimentu jsme zanedbali tření mezi koly autíčka a dráhou, jelikož jsme experimentálně určili, že tato třecí síla je zhruba o dva řády menší než pohybová složka gravitační síly na nakloněné rovině a samotná pohybová síla působící na autíčko (součinitel smykového tření: $5,24 \cdot 10^{-3} \pm 0,7 \cdot 10^{-3}$).

Problémem při měření výkonu gumičky námi zvolenou cestou je aerodynamika rotující vrtulky. Při vysokých rychlostech dochází k poklesu výkonu kvůli strhávání masy vzduchu obklopujícího vrtulku. Proto jsme užili gumičku s menším průřezem, která nedokáže vyvolat tak velké rychlosti vrtulky. Touto metodou tedy nezjišťujeme přímo výkon gumičky ale spíše výkon vrtulky. Tyto výkony jsou však vzájemně spjaty, a proto nám tato metoda postačuje pro znázornění průběhu výkonu v závislosti na čase.



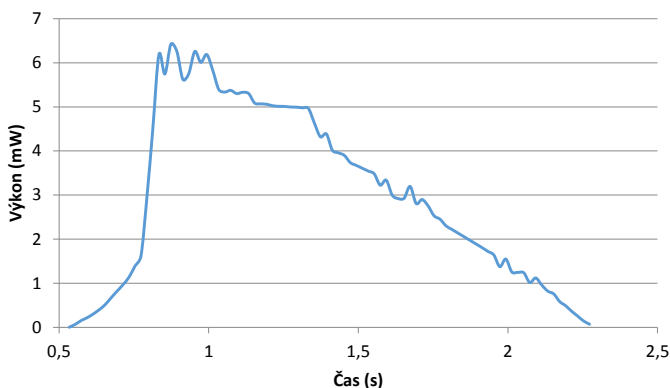
Obrázek 8.21: Detail autíčka s konstrukcí, nataženou gumičkou a senzorem vzdálenosti

$$P = Fv \quad \wedge \quad F = ma \quad (8.3)$$

$$P = mav \quad \wedge \quad a = g + a_p \quad \wedge \quad g = g_0 \sin \alpha \quad \wedge \quad a_p = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad (8.4)$$

$$P = mv \left(g_0 \sin \alpha + \frac{\Delta v}{\Delta t} \right) \quad (8.5)$$

kde P je okamžitý výkon, F okamžitá tahová síla vrtulky, v okamžitá rychlost, m hmotnost autíčka, a celkové zrychlení vyvolané vrtulkou skládající se ze složky překonávající tíhové zrychlení na nakloněné rovině (se sklonem $\alpha = 1^\circ$) + samotného pohybového zrychlení autíčka, Δv je rozdíl rychlostí mezi sousedními zaznamenanými hodnotami na radaru a Δt je snímkovací perioda radaru, $g_0 = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.



Obrázek 8.22: Graf závislosti výkonu na čase (gumička: $1 \times 1,5 \text{ mm}$; relativní prodloužení = 3; 2 smyčky).

Z obr. 8.22 je patrné, že výkon autíčka poháněného gumičkou kulminuje zhruba v 1/5 jeho pohybu a poté klesá. Drobné oscilace v grafu jsou způsobeny nepřesností radaru. Tyto nepřesnosti skokově narůstají s derivací polohy, která je nutná pro zjištění okamžité rychlosti autíčka a dále jeho okamžitého zrychlení.

Závěr

- nejprve jsme tahovou zkouškou ukázali, že naše gumičky jsou z hyperelastického materiálu a nepodléhají tak Hookeovu zákonu,
- hysterezní smyčky v závislosti relativního prodloužení na působící síle, získané z experimentu, nám dokázaly, že naše gumičky podléhají deformaci (měknutí gumy),
- vysvětlili jsme fenomén vícenásobných smyček na gumičce,
- ukázali jsme, jak se mění tahová a torzní síla v gumičce v závislosti na počtu otáček,
- graf torzní síly na vrtulce, která byla připevněna na gumičku, v závislosti na počtu otáček jsme použili k výpočtu energie do gumičky vložené, energie z gumičky získané a účinnosti gumičkového motoru,
- zjistili jsme, že gumičky s počátečním nulovým prodloužením uchovávají více energie než gumičky z počátku prodloužené,
- z experimentu vyšlo, že energie do gumičky vložená je přímo úměrná celkovému plošnému průřezu natažené gumičky nezávisle na tom, jakým způsobem je gumička natažena,
- vyplynulo, že účinnost gumičkového motoru roste s počtem jeho použití, protože energie dodaná nové gumičce se z velké části spotřebovává na deformaci samotné gumičky, zatímco u gumiček použitých, je spotřeba této energie nižší,
- v praxi to znamená, že vložená energie do gumičky s rostoucím počtem opakování experimentu klesá, zatímco energie následně z gumičky získaná zůstává téměř konstantní,
- pro měření výkonu gumičkového motoru v závislosti na čase jsme připevnili tento motor a autíčko pohybující se po dráze,
- z rychlosti a zrychlení autíčka jsme byli schopni vypočítat okamžitý výkon gumičkového motoru, avšak s některými nepřesnostmi, které jsme uváděli výše.

Reference

GENT, A. N. Rubber Elasticity: Basic Concepts and Behavior. [online]. 2005 [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: <http://v5.books.elsevier.com/bookscat/samples/9780124647862/9780124647862.PDF>

Wikipedia: The Free Encyklopedia. Wikipedia [online]. [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Rubber_elasticity

Wikipedia: The Free Encyklopedia. Wikipedia [online]. [cit. 2014-01-29]. Dostupné z: http://en.wikipedia.org/wiki/Hyperelastic_material

MIKULČÁK, Jiří, Bohdan KLIMEŠ, Jaromír ŠIROKÝ, Václav ŠŮLA a František ZEMÁNEK. *Matematické, fyzikální a chemické tabulky: pro střední školy*. 1. vyd. Praha: SPN, 1989. ISBN 231 4012.

9. Řešení úlohy „Olejové hvězdy“ (Oil stars)

Řešitelský tým Gymnázia Cheb, Ngo Ngoc Anh

Zadání úlohy

Originální zadání: If a thick layer of a viscous fluid (e.g. silicone oil) is vibrated vertically in a circular reservoir, symmetrical standing waves can be observed. How many lines of symmetry are there in such wave patterns? Investigate and explain the shape and behaviour of the patterns.

Český překlad: Jestliže tlustá vrstva viskózní kapaliny (např. silikonového oleje) vertikálně vibruje v kruhové nádobě, mohou být pozorovány symetrické stojaté vlny. Kolik os symetrie mají tyto vlnové obrazce? Prozkoumejte a vysvětlete tvar a chování obrazců.

Vždy je lepší se držet zadání zveřejněného na oficiálních stránkách IYPT. Český překlad je také k dispozici, ale v prezentaci i jinde je preferováno zmínit zadání anglické. Předejde se tak případným neshodám ohledně zadání, které se také mohou vyskytnout.

Poznámka editora: tento příspěvek je v rámečcích po pravé straně doplněn postřehy autorky.

Analýza zadání

If a **thick layer** of a **viscous fluid** (e.g. silicone oil) is **vibrated vertically** in a **circular reservoir**, **symmetrical standing waves** can be observed. How many **lines of symmetry** are there in such wave patterns? Investigate and explain the **shape and behaviour** of the patterns.

Zadání nám říká, že máme vertikálně vibrovat nádobou s kruhovým podstavcem, do které nalijeme vrstvu viskózní kapaliny. Naše práce by se v teoretické části měla nejspíše zaměřit na definice základních pojmů a parametrů a následně na samotné vlnové obrazce, které se na povrchu kapalin při vibracích mohou objevovat.

Tučně vyznačené části zadání jsou pro práci s úlohou stěžejní, bez jejich zahrnutí do řešení nejspíše nesplníme zadání. Tato úloha je navíc z těch, které mají obsáhlejší zadání (jsou i takové, kde je jen jedna věta), takže nám lépe naznačuje průběh našich výzkumů.

Stanovíme si tedy výzkumné otázky, na které budeme v průběhu našeho bádání hledat odpovědi: Jakou tloušťku musí mít vrstva kapaliny, abychom mohli pozorovat obrazce na hladině? Jaký vliv na pozorování má viskozita použité kapaliny? Jak vertikálně rozvibrovat nádobu? Jaké obrazce budeme moci pozorovat? Jak stanovíme počet os souměrnosti? Jak popsat tvar a chování vln?

Teoretická část

Rešerše vědecké literatury

Když jsme vyhledávali materiály pro tuto úlohu, narazili jsme na mnoho článků věnujících se této problematice, což znamená, že se jedná o problém, který byl již v nějaké formě v minulosti řešen. Na řadu tedy přichází filtrování a třídění informací na podstatné, nepříliš podstatné a nepodstatné. Podstatné informace budou tvořit základ teoretického řešení úlohy, nepříliš podstatné zahrneme v případě, že na ně budeme mít čas v prezentaci a nepodstatné raději rychle sprovedíme z našich dokumentů, aby nás nemátly.

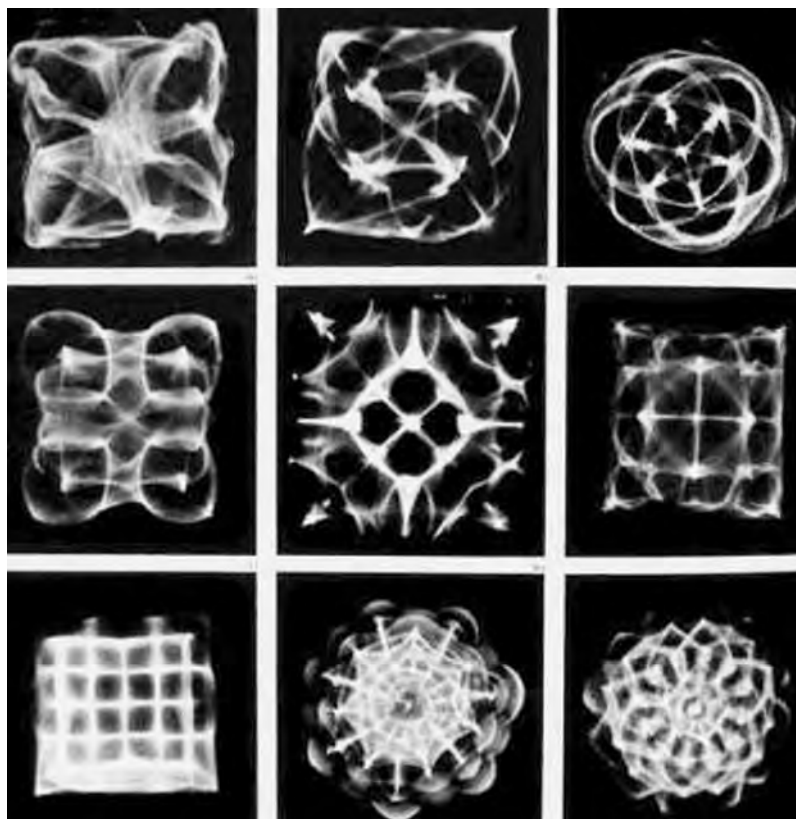
Při pročítání studií jsme našli tři základní teorie [4.1, 4.2, 4.4], které se pokoušejí vysvětlit obrazce na povrchu viskózních kapalin při jejich vertikálním vibrování. Tyto studie obsahují kromě teoretických poznatků také podmínky, za kterých ke svým poznatkům jednotliví autoři došli. Zde se můžeme inspirovat, co se našich experimentů týče.

Prvním krokem by hned po analýze problému měla být rešerše. Můžeme použít např. kit od Ilyi Martchenka a kol., nebo hledat na internetu, v knihovnách a v učebnicích. Pro vlastní řešení je to dobrý odrazový můstek, ale nemělo by to být tak, že celé řešení bude postaveno na jediném zdroji, zkopírovaném od začátku do konce.

Cymatika

Cymatikaje vědní obor, který se zabývá viditelností zvuku při vibracích. Je úzce spojen s hudbou, kde jsou vibrace nepravidelné. Vznikající obrazce nabývají rozmanitých forem, což je patrné z obrázku 9.1. Obrazce zobrazují symetrie, které je možno pozorovat v přírodě, od tvarů sněhových vloček po obrovské formace mračen na planetě Saturn. Díky pozorovatelnosti mnoha symetrií se v rámci tohoto vědního oboru mohou objevit i některé, které bude možno pozorovat při experimentálním řešení naší úlohy. Podmínky pozorovatelnosti, které jsou uvedené na stránce <http://www.cymatics.org>, odpovídají našemu zadání, tudíž se jimi můžeme inspirovat během vlastních experimentů.

Ze začátku není jednoduché hned poznat, které informace se nám mohou hodit a které nikoliv. Postupem času ale určitě najdete vlastní způsob, jak filtrovat informace tak, aby Vám to přinášelo užitek. Veškerou použitou literaturu je třeba citovat dle příslušných citačních pravidel. Námí použitá literatura je uvedena na konci tohoto příspěvku.

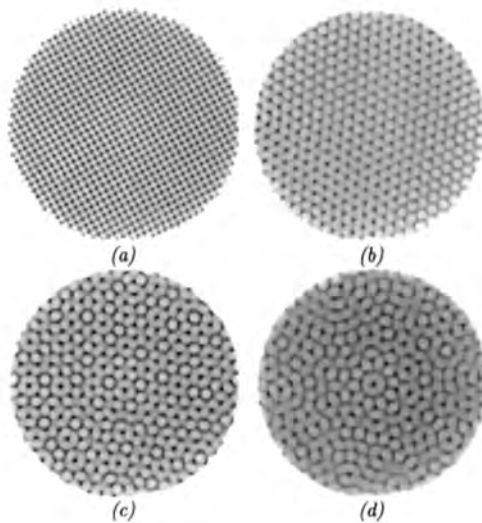


Obrázek 9.1: Cymatika: vlnové obrazce pozorované při zvuku houslí. Obrazce jsou tvořeny pískem nasýpaným na kovové destičce. [Zdroj: <http://solawakening.com/cymatics>]

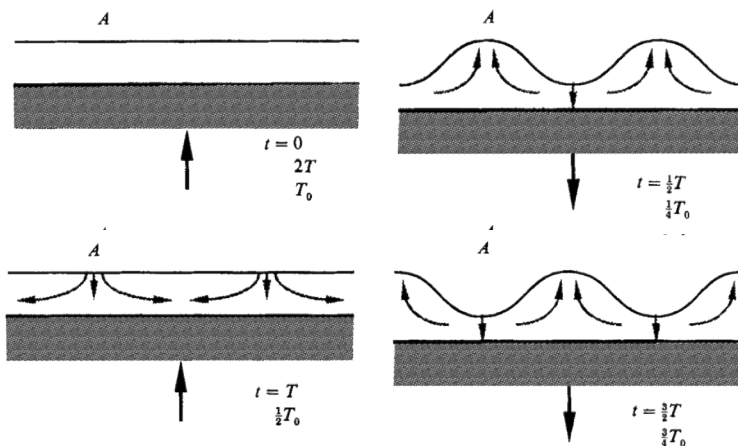
Faradayovy vlny a Faradayova nestabilita

Faradayovy vlny jsou nelineární stojaté vlny, které vznikají na rozvibrované vodní hladině v případě, že frekvence vibrací dosáhne kritické hodnoty, čímž se povrch kapaliny v nádobě stane nestabilním. Jako Faradayovy vlny známe několik možných obrazců – např. pruhy, čtverce, šestiúhelníky, kruhy, spirály, ale také soubor všech jmenovaných obrazců (obr. 9.2).

S tímto jevem je úzce spojena Faradayova nestabilita, která nastane při určité frekvenci, pro níž přestane být hydrostatický povrch stabilní. Když se nádoba pohybuje směrem dolů, dochází k deformaci povrchu kapaliny, která je způsobena setrvačností kapaliny. Jak je patrné z obrázku 9.3, během Faradayovy nestability nedochází ke změně pozic vlnových obrázků, ale maximum přechází v minimum a obráceně. Tyto vlny mají také velice krátkou dobu trvání, během níž jsou pozorovatelné.



Obrázek 9.2: Vlnové obrazce při pozorování Faradayových vln.[Zdroj: http://nldlab.gatech.edu/w/index.php?title=Group_1]



Obrázek 9.3: Průběh vlnění při Faradayově nestabilitě [Zdroj: J. FluidMech.221, 383 (1990); též na adrese <http://www.physics.utoronto.ca/~phy326/far/Douady.pdf>]

Gravitační vlny ve tvaru hvězd a polygonů

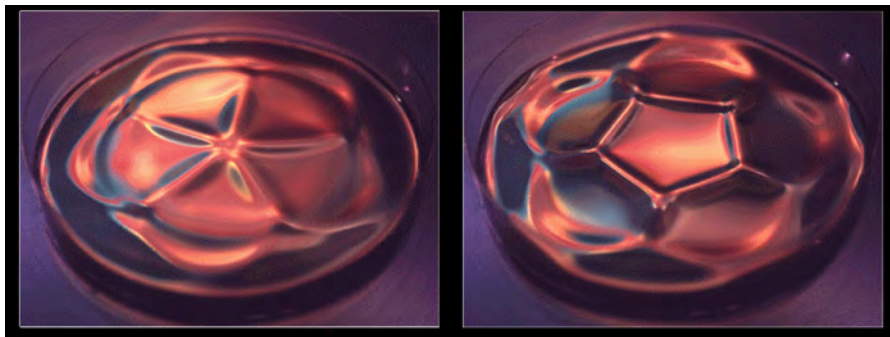
Dalším jevem, který se může při našem experimentálním řešení vyskytnout, jsou gravitační vlny, které mají tvar hvězd a polygonů (mnohouhelníků). Jedná se o stojaté gravitační vlny (tzv. cnoidální vlny, pro něž je charakteristická velká amplituda), jejichž symetrie je zcela nezávislá na tvaru a velikosti nádoby, kterou použijeme. Ve studii [4.4] je rovněž řečeno, že se symetrie mění v závislosti na frekvenci a amplitudě. Může se také stát, že při stejných parametrech budou při dílčích experimentech pozorovatelné rozdílné obrazce, může se totiž projevit hystereze.

Jedna z dostupných studií, která se zabývá právě touto problematikou, obsahuje také podrobný popis experimentálních pozorování, která byla v rámci této studie skutečně na [4.4]. Můžeme se tedy inspirovat při hledání našeho optimálního experimentálního modelu. Kromě jiného zde nalezneme také matematizaci problematiky (podmínky, za kterých jsou dané obrazce viditelné), kterou můžeme použít pro určení parametrů, jež mají nějaký vliv na naši úlohu.

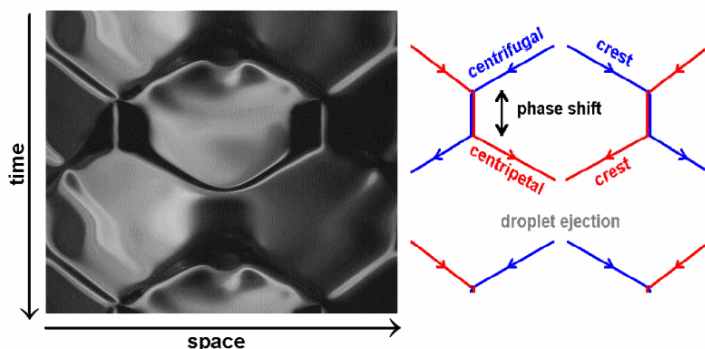
U tohoto typu vlnění není možné vytvořit fázový diagram, který by zobrazoval symetrii. Pokud porovnáme vliv povrchového napětí a gravitace, povrchové napětí má zanedbatelný vliv. Hovoříme tedy o tzv. čistě gravitačních vlnách (pure gravity waves). Symetrie záleží na úhlu mezi jednotlivými vlnovými vektory a nelze ji žádným způsobem předvídat.



Obrázek 9.4: Cnoidální vlny (zdroj: Wikipedia) jsou přesným řešením Kortewegovy – de Vriesovy rovnice popisující šíření vln v mělkých vodách. Jejich charakteristikou je ostrý vrch ve srovnání s velmi pozvolným stoupáním v údolích.



Obrázek 9.5: Gravitační vlny ve tvaru hvězd a polygonů. [Zdroj: Phys. Rev. Lett. 110, 094502 (2013); ke stažení též na adrese <http://www.unice.fr/raichenbach/star-wave.pdf>]



Obrázek 9.6: Vlnové vektory při vzniku gravitačních vln. [Zdroj: Phys. Rev. Lett. 110, 094502 (2013); ke stažení též na adrese <http://www.unice.fr/rajchenbach/star-wave.pdf>]

Teoretický souhrn

Jak vyplynulo z našich rešerší, měli bychom pozorovat tři různé jevy – Cymatics, Faradayovy vlny a gravitační vlny ve tvaru hvězd a mnohoúhelníků. To, jaký jev budeme schopni pozorovat, závisí na parametrech, které zohledníme při našem experimentování. Hlavními parametry by podle našich teorií měly být frekvence a amplituda vibrací.

Pro experimentální řešení si pokládáme další výzkumné otázky: Jak sestavit experimentální model? Jaké parametry použitých komponent musíme připočítat k faktorům majícím vliv na průběh pozorovatelných jevů? Jak zpracovat výsledky našich měření?

Jak v protokolu, tak i při prezentaci je vhodné shrnout všechny poznatky, které jste do práce zapracovali. Tato část v tomto případě ukončuje teoretickou část práce, je předělem mezi teoretickou a experimentální rovinou problematiky.

Experimentální část

Jak sestavit experimentální model a které faktory zohlednit?

Jaký způsob použít pro vibrování?

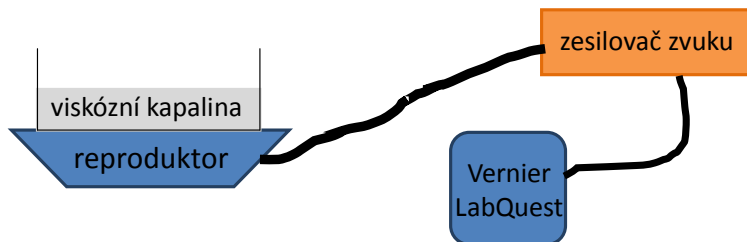
Nejdostupnější variantou, která zcela jistě poslouží svému účelu, bude vžít nějaký starší funkční reproduktor, který bude za pomoci zesilovače zvuku a školního experimentálního systému Vernier (konkrétně Vernier LabQuest a Vernier

Před samotnou prezentací experimentálních výsledků je vhodné popsat a zdůvodnit výběr metodiky a použitých komponent. Touto částí se zde zabývá první podkapitola.

V zadání je toho řečeno na poměry soutěže relativně dost. Máme vertikálně vibrovat nádobu s kruhovou podstavou, ve které se nachází viskózní kapalina. V podrobnějším rozboru budeme vycházet právě tak, abychom se jej striktně drželi.

LabQuest 2) přehrávat tóny o různých frekvencích. Díky použití zesilovače zvuku navíc můžeme měnit také amplitudu, další ze stěžejních bodů našeho problému. Velkou výhodou tohoto uspořádání je fakt, že jej lze přizpůsobit našim potřebám tak, abychom dosáhli srovnatelných výsledků během několikaměsíčního experimentování.

Mechanické spojení kapaliny s reproduktorem jsme volili tak, aby bylo co nejjednodušeji proveditelné. Na reproduktor jsme připevnili hrdlo láhve a na nádobu do jejího středu víčko od láhve.



Obrázek 9.7: Náčrt experimentálního zařízení

Jakou použít kapalinu?

V zadání je uvedeno, že kapalina má být viskózní. Zde si klademe otázku „Jak přesně definujeme viskózní kapalinu“? Je zcela jisté, že viskozita použité kapaliny bude mít vliv na výsledky našeho pozorování a že bychom ji rozhodně měli uvažovat jako důležitý parametr. Dalším důležitým parametrem, který je úzce propojen s viskozitou, je hustota kapaliny. Předpokládáme, že se systém bude chovat odlišně pro kapaliny, které se od sebe navzájem liší svou hustotou a viskozitou. Se vzrůstající hustotou bude podle naší hypotézy stoupat hmotnost kapaliny v nádobě (50 ml vody má odlišnou hmotnost než 50 ml medu), čímž bude stoupat kritická hodnota frekvence, která musí být použita, aby se jinak rovný povrch kapaliny stal nestabilním a my mohli pozorovat vlnové obrazce.

Rozlišujeme dva druhy kapalin – newtonské a nenevtonské. Newtonské kapaliny, jako například voda nebo olej, se vyznačují tím, že jejich viskozita závisí na jejich teplotě a tlaku. U některých olejů může ale nastat situace, kdy dojde vlivem oscilace ke změně viskozity. Naší další výzkumnou otázkou, na kterou budeme v experimentech hledat odpověď je „Budou příslušné vlnové obrazce pozorovatelné i na povrchu kapalin s nízkou hodnotou viskozity, např. na povrchu vody?“

Metodika experimentů

Naši metodiku jsme stanovovali na základě teoretických poznatků a rozboru použitelného experimentálního modelu. Stanovili jsme si tři parametry, které budeme měnit a na jejichž vzájemné závislosti získáme experimentální data. Těmito parametry jsou viskozita kapaliny, frekvence a amplituda vibrací.

Kapaliny jsme nakonec použili pouze dvě – vodu a glycerol. Dlouho jsme totiž hledali optimální cestu k dosažení po-

Každá úloha vyžaduje trochu jiný přístup a zde to platí několikanásobně. Zkuste se na svou úlohu podívat z několika úhlů pohledu a věřím, že tu svou správnou metodiku pro konkrétní úlohu naleznete vždy.

rovnatelných výsledků a myslíme si, že pro základní zohlednění parametru viskozity jsou dvě kapaliny dostačující. Pokud by nám bylo umožněno pracovat na úloze nadále a nějakým způsobem řešení rozvíjet, určitě bychom do našeho řešení zahrnuli více kapalin.

Naši metodiku jsme pracovně nazvali „stejná pozorování pro různé kapaliny“. Při experimentování pomocí tohoto způsobu budeme měnit buď frekvenci, nebo amplitudu vibrací. Amplituda bude při změnách frekvencí na nejvyšší možné hodnotě, frekvenci pro změny amplitud zvolíme tu, kdy se na povrchu kapaliny objeví výrazné vlnové obrazce (nebudeme volit kritickou hodnotu, při jejímž dosažení se povrch kapaliny stane nestabilním).

Výsledky experimentálních pozorování

Vstupní parametry, které byly pro všechna takto učiněná experimentální pozorování, jsou:

- použité kapaliny: voda a glycerol
- použitá nádoba: průměr 20 cm, výška 2 cm
- tloušťka vrstvy kapaliny 0,5 cm

Obvyklým experimentálním výstupem bývají grafy. My jsme pro tuto úlohu zvolili spíše obrázky, protože nám přišly mnohem ilustrativnější a nápaditější než grafy. Zde je jasný důkaz toho, jak je řešení každé úlohy jedinečné a jak odráží přístup řešitelského týmu.

Proměnným parametrem je frekvence

Experimenty s vodou

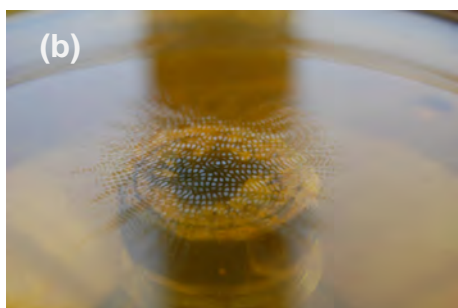
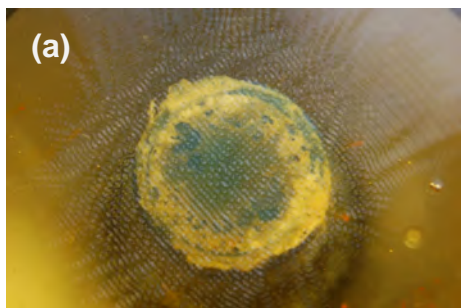
Na obrázcích 9.8 *a-d* se se změnou frekvence střídají jednotlivé obrazce a symetrie na vodní hladině. Objevují se zde postupně různé útvary, od kruhových vln přes hvězdy po mnohoúhelníky. Po překročení hranice 9 Hz začala kapalina tryskat ven, což nebylo naším záměrem (chtěli jsme porovnávat obrazce pro stejné výchozí podmínky), byli jsme proto nuceni měření ukončit. Jak je patrné z fotografií, složitost obrazců výrazně roste se zvyšující se frekvencí.

Při podstatně vyšších frekvencích můžeme pozorovat typické Faradaovy vlny (obr. 9.9 *a,b*). Vyznačují se svou malou vlnovou délkou a je pro ně také typické to, co je patrné z fotografií – se vzrůstající frekvencí se stávají na povrchu vody méně viditelnými.





Obrázek 9.8: Povrch vody při maximální amplitudě vibrací pro frekvence (a) 3 Hz, (b) 4,125 Hz, (c) 7,25 Hz a (d) 9 Hz. [Zdroj: archiv týmu]



Obrázek 9.9: Povrch vody při maximální amplitudě vibrací pro frekvence (a) 327 Hz a (b) 375 Hz [Zdroj: archiv týmu]

Experimenty s glycerolem

Z těchto pozorování můžeme verifikovat naši hypotézu o tom, že viskozita je důležitým parametrem. Z hodnot uvedených pod jednotlivými fotografiemi při srovnání pokusů s vodou a glycerolem vyplývá, že k tomu, aby se povrch glycerolu (kapalina mající větší viskozitu než voda) stal nestabilním, potřebujeme větší frekvenci vibrací než u vody, která má viskozitu nízkou. Na povrchu glycerolu můžeme pozorovat pouze polygony, v našem případě se neobjevují hvězdy a nepodařilo se nám pozorovat ani Faradayovy vlny.





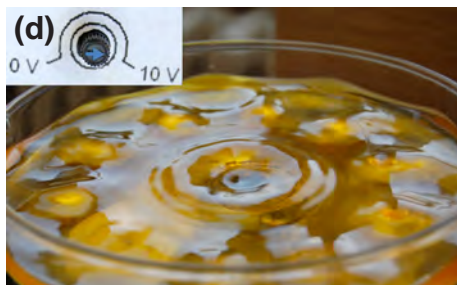
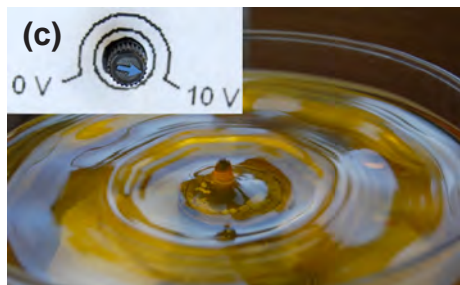
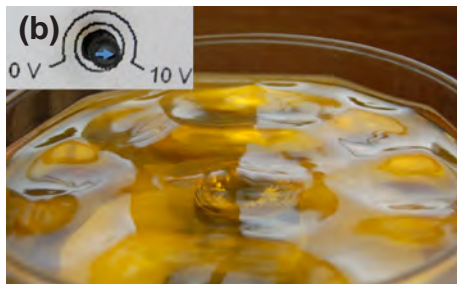
Obrázek 9.10: Povrch glycerolu při maximální amplitudě vibrací pro frekvence (a) 8,625 Hz, (b) 10,25 Hz a (c) 10,75 Hz [Zdroj: archiv týmu]

Proměnným parametrem je amplituda

Amplitudu jsme měnili pomocí otočného kolečka na zesilovači zvuku, kdy šipka na hodnotě 0 V byla minimem a šipka na hodnotě 10 V maximem (výstupní napětí je zhruba úměrné otočení). Jedná se sice o velmi hrubou kvantifikaci; na druhou stranu rozhodujícím parametrem je amplituda vibrací, kterou ovšem sejně nejsme schopni jednoduše měřit. Frekvence vibrací byla v tomto případě vždy 10 Hz.

Experimenty s vodou

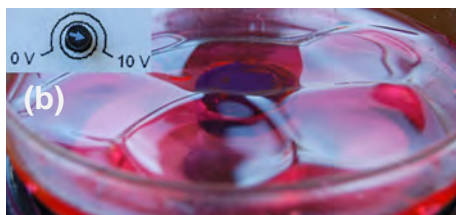
Z fotografií můžeme odvodit, že se vlnové obrazce střídají se změnou amplitudy. Jak je vidět z vyznačených amplitud, stačí pouze nepatrný rozdíl a na povrchu se objeví zcela nové obrazce, které jsme se rozhodli přiřadit pod cymatiku.



Obrázek 9.11: (a) Povrch vody při maximální amplitudě. (b), (c) a (d) Změna povrchu s klesající amplitudou vibrací (s vyznačenou amplitudou zdroje) [Zdroj: archiv týmu]

Experimenty s glycerolem

Zde jsme mohli pozorovat změnu tvaru polygonů, ke které jsme potřebovali větší změny amplitudy, než tomu bylo v případě vody. Při určitých hodnotách amplitudy jsme nepozorovali žádné obrazce na povrchu.



Obrázek 9.12: (a) Povrch glycerolu při maximální amplitudě. (b), (c) a (d) Změna povrchu s klesající amplitudou vibrací (s vyznačenou amplitudou zdroje) [Zdroj: archiv týmu]

Shrnutí experimentálních výsledků

Dle teorií, kterými jsme se snažili vysvětlit a objasnit příčinu vzniku obrazců, jsme narazili na tři možná vysvětlení pozorovatelných obrazců. Z našich experimentálních poznatků jsme došli k závěru, že pozorovány byly všechny zmíněné teorie, některé však pouze v případě povrchu vody. Může to být způsobeno samotnou volbou experimentálního uspořádání, které jsme sestavovali s důrazem na snadnou proveditelnost. V případě glycerolu je možné, že jsme nebyli schopni dosáhnout dostatečně velké amplitudy vibrací [podle rovnice (9.1) je potřebná amplituda úměrná odmocnině viskozity]. Roli hraje také mechanické spojení nádoby a reproduktoru, které jsme zvolili.

Nicméně i přesto si myslíme, že jsme díky našim experimentálně pozorovaným výsledkům došli k nějakým závěrům. Během obou způsobů pozorování jsme pozorovali změnu vlnových obrazců v závislosti na frekvenci nebo amplitudě. U prvního způsobu (při změně frekvence se zachováním konstantní amplitudy) jsme vyzorovali, že se obrazce objevují po celém povrchu kapaliny, s výjimkou Faradayových vln při vyšších frekvencích. Se stoupající frekvencí se obrazce na povrchu stávaly výraznější, opět s výjimkou Faradayových vln, kde se s rostoucí frekvencí stávají obrazce méně viditelnými. Při druhém způsobu jsme u vody pozorovali několik diametrálně odlišných vlnových obrazců, u glycerolu se měnil pouze počet úhlů v jednotlivých polygonech.

Závěrečné zhodnocení

Naším úkolem bylo studovat vlnové obrazce, které se objevují na povrchích kapalin při vertikálních vibracích. Nalezli jsme a prezentovali 3 hlavní teorie, které se nám následně povedlo demonstrovat i v experimentální části úlohy. Vlnové obrazce měly přesně dle našich teoretických závěrů velice krátkou dobu trvání. Tvar vlnových obrazců závisí na parametrech, hlavními jsou frekvence a amplituda vibrací společně s viskozitou kapaliny.

Pokud bychom dostali k řešení úlohy více prostoru, zaměřili bychom se detailněji na matematickou simulaci problému (některé rovnice jsou součástí přílohy) a také na práci s více druhy kapalin.

Použitá literatura

- [9.1] H. Jenny, *Cymatics: A Study of Wave Phenomena and Vibration*, Newmarket, NH USA: MACROmedia Publishing, 2001.
- [9.2] N. Krasnopolskaia, *Faraday waves*. [online, cit. 2014-03-05]. Dostupné z: <http://www.physics.utoronto.ca/~phy326/far/far.pdf>.
- [9.3] J. Orphee, P. Cardenas, and M. Lane, *Faraday waves: One Dimensional Study*. [online, cit. 2014-03-06]. Dostupné z: <http://nldlab.gatech.edu/w/images/9/95/ProjectFaraday2.pdf>.
- [9.4] J. Rajchenbach, D. Clamond, and A. Leroux, *Observation of Star-Shaped Surface Gravity Waves*, *Physical Review Letters* **110**, 094502 (2013); ke stažení též na adrese <http://www.unice.fr/rajchenbach/star-wave.pdf>.

Příloha: Nástin matematizace problematiky

Matematizaci jsme převzali ze studie [9.4]. Vycházeli jsme z ní pouze při stanovování parametrů. Nicméně zastáváme názor, že ke každé úloze neodmyslitelně patří matematizace, proto ji uvádíme v této příloze.

Podmínkou pro vznik hvězd a mnohoúhelníků je dosažení kritické amplitudy vibrací

$$F \geq \sqrt{\frac{8\sigma}{\Omega}} \quad (9.1)$$

kde je bezrozměrné zrychlení, je úhlová frekvence budících vibrací, A je amplituda vibrací a g je gravitační zrychlení. Pro výpočet viskózního tlumení použijeme rovnici, kde α a β jsou koeficienty, je kinematická viskozita a k je vlnový vektor. Úhlová frekvence a vlnový vektor k vznikajících vln jsou spolu svázány vztahem

$$\omega_0^2 = gk \tanh hk, \quad (9.2)$$

kde h je hloubka vody (tento vztah platí pro lineární vlny v případě zanedbání tlumení a buzení). Pro velmi krátké vlny (VKV) platí přiblížení a rovnici pro viskózní tlumení tak můžeme upravit do tvaru

$$\sigma = \alpha \frac{\nu \omega_0^2}{gh} + \beta \sqrt{\frac{\nu \omega_0^2}{gh}}. \quad (9.3)$$

V rezonanci () tak získáme vztah pro amplitudu oscilací

$$\frac{\Omega^2 A}{g} = \sqrt{\frac{8}{\Omega} \left(\alpha \frac{\nu \Omega^2}{gh} + \beta \sqrt{\frac{\nu \Omega^2}{gh}} \right)}. \quad (9.4)$$

Tímto matematickým rozbořem jsme získali základní přehled o důležitých parametrech: jedná se především o viskozitu kapaliny, a o disperzi viskózního tlumení (koeficienty α), a o výšku hladiny h .

10. Řešení úlohy „Hologram“

Řešitelský tým *Talnet, Pavel Kůs*

Konzultant: *David Wagenknecht*

Zadání úlohy

Originální zadání: It is argued that a hologram can be hand made by scratching a piece of plastic. Produce such a ‘hologram’ with the letters ‘IYPT’ and investigate how it works.

Český překlad: Tvrdí se, že hologram může být vytvořen ručně poškrábáním kusu plastu. Vytvořte takový „hologram“ s písmeny „IYPT“ a prozkoumejte, jak funguje.

Úvod

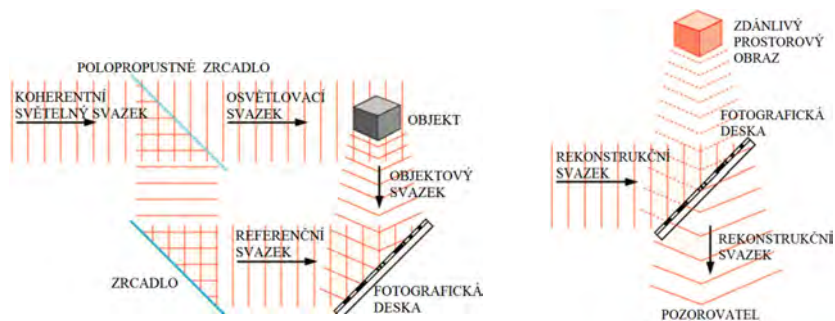
Zadáním úlohy je vytvořit méně známý druh hologramu poškrábáním vhodného kusu plastu, prostudovat jeho princip a zkoumat jeho vlastnosti. Do plastů jsme ryli pomocí odpichovátka s ostrým kovovým hrotem, jímž jsme vytvářeli kruhové rýhy se středem podle konkrétního vzoru.

Výsledné hologramy jsme podrobovali různým experimentům, které měly za cíl systematicky prozkoumat jejich vlastnosti, určit relevantní parametry ovlivňující vzhled obrazu, a tak určit podmínky pro nejlepší pozorování.

Co je hologram?

Holografie je vyspělá metoda záznamu prostorových objektů do dvojrozměrného či objemového nosiče, [10.1]. Hologram je výsledný produkt této metody a je pro něj charakteristické, že si průřez zaznamenávaného objektu uloženého do nosiče můžeme prohlížet z různých stran. To je zásadní vlastnost, která odlišuje hologram od fotografie.

Běžné hologramy jsou postaveny na principu interference koherentních paprsků. Světelný svazek, vyzařovaný laserem, se rozdělí na osvětlovací a referenční svazek. První z nich dopadá na předmět, od něhož se odráží a vzniká předmětový svazek. Ten nese informaci o intenzitě, ale i o fázi světla a vypovídá tak o trojrozměrné struktuře předmětu. Předmětový a referenční svazek spolu interferují na záznamovém médiu a vzniká interferenční obrazec. K rekonstrukci zaznamenaného hologramu je zapotřebí opět laseru se stejnou vlnovou délkou jako při zaznamenávání.



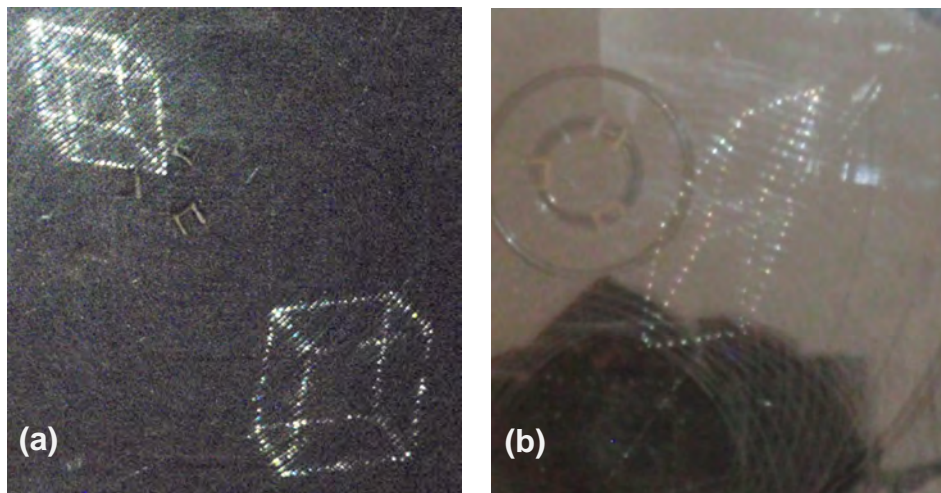
Obrázek 10.1: Metoda záznamu a rekonstrukce u klasických hologramů, [10.1].

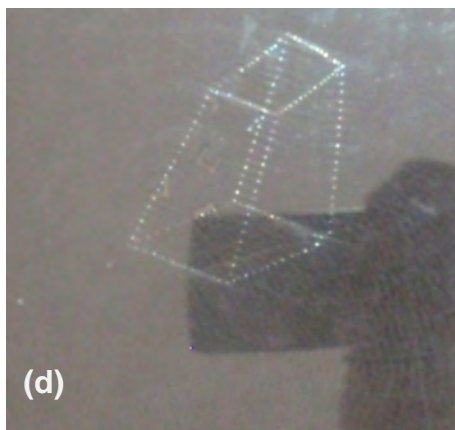
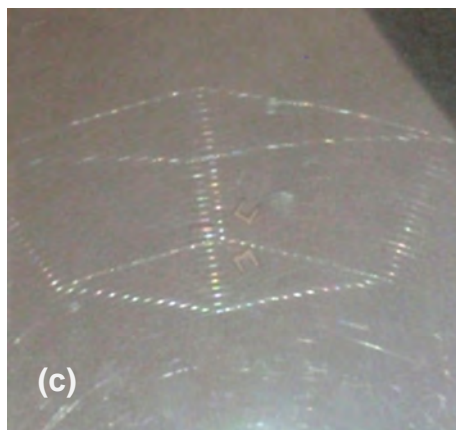
Je vhodné zmínit, že vedle uvedených hologramů existují tištěné hologramy, které fungují na principu disperze bílého světla, které se láme pod různými úhly. Překryje se tak přes sebe několik identických transmissních hologramů vytvořených pomocí světél různých vlnových délek a následně dochází k selektivním odrazům. Je zde základní rozdíl s klasickými hologramy: lze je prohlížet v nekoherentním bílém světle.

Náš typ hologramu se principiálně jen vzdáleně podobá zmíněným hologramům (podobá se hlavně tištěnému). Má obdobné vlastnosti, můžeme si objekt prohlížet z různých stran, ale ke konstrukci a rekonstrukci hologramu není třeba laseru. Jeho princip vychází ze zákonů geometrické optiky, a tak si jej můžeme prohlížet v bílém denním světle či pod svítlnou (podobně jako tištěné hologramy).

Jak takový hologram vypadá?

Dříve než začneme blíže mluvit o hologramech, navnadíme čtenáře na ukázk samotných hologramů. Na obr. 10.2 – 10.5 si může čtenář prohlédnout hologramy „krychle“ a „kvádru“.





Obrázek 10.2: Příklady hologramů: (a) dvě krychličky, (b) kvádr; (c) hologram vznášející se krychle a (d) ponořené krychle.

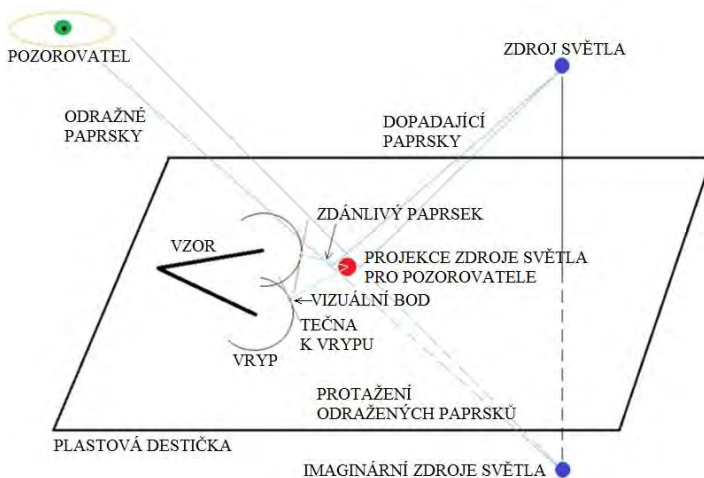
V dalších kapitolách: *Jak funguje „rytý“ hologram* a *Výroba a další experimenty* se budeme věnovat teoretickému popisu principu zkoumaného hologramu a experimentálnímu studiu jeho vlastností. Řekneme si také, jak takový hologram vyrobit!

Jak funguje „rytý“ hologram?

Zkoumaný typ hologramu může fungovat ve dvou módech: reflexním a transmisním. V případě reflexního módu dochází k odrazu světla na vrypech, v případě transmisního módu pak k lomu a rozptylu světla.

V obou případech budeme na destičce pozorovat tzv. vizuální bod. Je to bod, na kterém dochází k odrazu nebo lomu a rozptylu světla na vrypech a který vnímáme jako jasný světelný bod na destičce. Množina světlených bodů pak tvoří výsledný hologram.

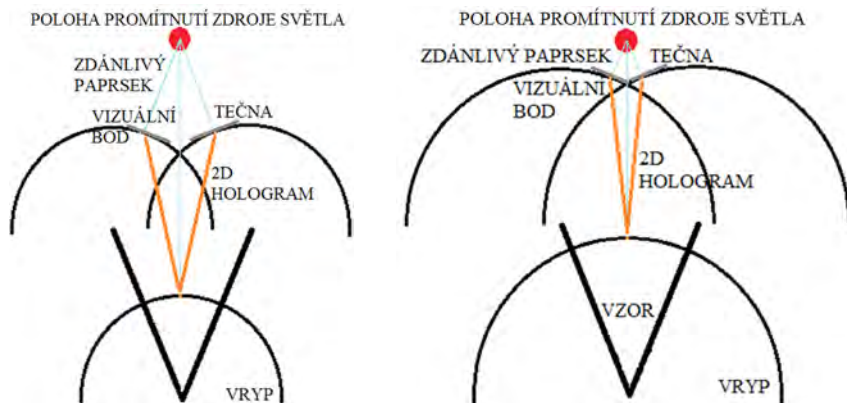
Pro jasnější pochopení vyjdeme z principů geometrické optiky. Popis budeme přitom provádět pro reflexní mód (stejně jako většinu experimentů), i když pro transmisní by byl obdobný (jen dojde k záměně „Imaginárního zdroje světla“ za „Zdroj světla“, viz dále). Uvažujme situaci na obr. 10.3. Z principů geometrické optiky si můžeme představit, že se zdroj světla bude nacházet na opačné straně destičky. Dostaneme „Imaginární zdroj světla“. Ten se z hlediska pozorovatele promítne do roviny destičky. Dále lze uvažovat, že tato projekce je zdrojem zdánlivých paprsků. Každý z nich musí být kolmý k vytvořenému vrypu (jinak by se paprsek odrazil do směru, kde by byl pro pozorovatele nepozorovatelný) a průsečík zdánlivého paprsku s vrypem je zmíněný vizuální bod, který je základem hologramu.



Obrázek 10.3: K vysvětlení geometrického popisu hologramu. Pro přehlednost jsou vyznačeny pouze dva vrypy odpovídající koncovým bodům písmena „V“.

Předešlá geometrická interpretace hologramu má tu výhodu, že nám umožňuje předpovídat tvar i velikost hologramu. Situaci si demonstrujeme na konkrétním příkladě. Ještě předtím ale zavedeme model, který nám bude velmi užitečný při dalším studiu fyzikálního principu tohoto typu hologramu, tzv. 2D hologram. Nejedná se o hologram v pravém slova pojetí. Liší se tím, že má pouze dvě dimenze. Je tedy ztracena prostorová informace, ale omezení se na pouhé dva rozměry nabízí snazší technickou výrobu, a tak jednodušší zkoumání podstaty fyzikálního jevu.

My si zavedeme jako takový model 2D hologram písmena „V“. Obr. 10.4 popisuje situaci, jak se změní velikost hologramu při změně poloměru vrypů. Tedy zvětší-li se poloměr vrypů, zkrátí se délka tečny (od projekce k vrypům) a zmenší se tak úhel mezi rameny obrazce.



Obrázek 10.4: Velikost hologramu v závislosti na velikosti vrypů.

Ke změně velikosti hologramu dojde i v případě, že se projekce zdroje světla nachází na opačné straně než v předcházejícím případě (vrypy jsou otevřeny k projekci zdroje světla). Po geometrické rekonstrukci¹ situace dojdeme k výsledku, že se bude 2D hologram jevit zvětšený ve srovnání s předcházejícími případy, a to i původním vzorem, viz obr. 10.5.

Obdobný jev lze pozorovat na libovolném příkladu. Pak se ale musí připočítat vliv deformace obrazce způsobený pohybem v horizontální rovině (kolmo k ose úhlu; v případě hologramů (pozor, ne 2D hologramů!) se „deformace“ projeví v náhledu na trojrozměrný předmět, viz dále).



Obrázek 10.5: Geometrické řešení pro zvětšený hologram

Provedeme-li experimenty podle schémat na obr. 10.4 a 10.5, dojdeme ke stejným závěrům, které jsme získali teoretickou predikcí (tedy samotná schémata). Obr. 10.6a,b ukazují, jak se změní velikost 2D hologramu změnou poloměru vrypů. To je další klíčová informace, nezbytná pro výrobu hologramů (vizuální body se na vrypech o různých poloměrech budou jevit v jiné prostorové pozici, resp. změnou poloměru vrypů se posune obraz; v případě 2D hologramu dojde pouze k posunu po vertikální ose).

Obr. 10.6a,c ukazují, jak se změní velikost změnou polohy projekce zdroje světla (r je poloměr vrypů, l je délka ramene písmena V a α je úhel sevřený rameny písmene V); označení veličin je zavedeno na obr. 10.7:

Obr. 10.6a: $r = (4,0 \pm 0,1)\text{cm}$; $l = (3,2 \pm 0,1)\text{cm}$; $\alpha = (50 \pm 1)^\circ$

Obr. 10.6b: $r = (8,0 \pm 0,1)\text{cm}$; $l = (3,2 \pm 0,1)\text{cm}$; $\alpha = (50 \pm 1)^\circ$

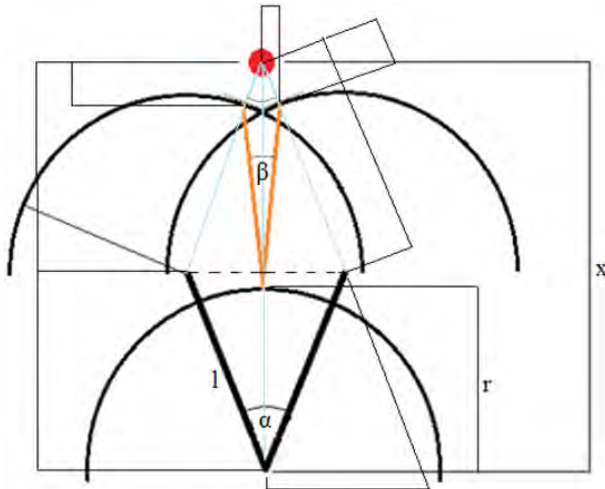
¹ Přitom obr. 9.4 a 9.5 odpovídají situaci, kdy se projekce zdroje světla nachází na ose úhlu sevřeného rameny vzoru (pro názornější ilustraci).



Obrázek 10.6: 2D hologram písmena „V” (a) podle schématu na obr. 10.4a, (b) podle schématu na obr. 10.4b, (c) podle schématu na obr. 10.5. Panely (a) a (b) se liší pouze poloměrem vrypů, v panelech (a) a (c) je použité pouze jiné umístění zdroje světla; ostatní relevantní parametry jako poloha destičky vůči fotoaparátu apod. jsou s dostatečnou přesností zachovány.

Při pohledu na obr. 10.6a,b si můžete navíc povšimnout, že při změně velikosti poloměru vrypů došlo ke změně úhlu sevřeného rameny hologramu. Pro bližší popis takového hologramu vyjdeme z obr. 10.7. Velikosti úhlu sevřeného rameny vzoru „V” určíme z porovnání několika trojúhelníků (obr. 10.7), čímž odvodíme následující vztah

$$\operatorname{tg} \frac{\beta}{2} = a \frac{x - l \cos \frac{\alpha}{2} - \frac{r}{a^2 + 1}}{l \cos \frac{\alpha}{2} + \frac{r}{a^2 + 1} - r}, \quad \text{kde } a = \frac{l \sin \frac{\alpha}{2}}{x - l \cos \frac{\alpha}{2}}. \quad (10.1)$$



Obrázek 10.7: Význam a rozbor parametrů 2D hologramu „V”. Zároveň jsou ve schématu vyznačeny strany trojúhelníku použitých při odvozování vztahu.

Uvažujme 2D hologram „V” na obr. 10.6a a vycházíme z něho při kontrole našeho vztahu, tzn. pokusíme se nyní teoreticky spočítat velikost úhlu rameny sevřenými. Vyjdeme ze změřených údajů:

$$l = (3,2 \pm 0,1) \text{ cm}, \quad x = (11,5 \pm 0,2) \text{ cm}, \quad r = (4,0 \pm 0,1) \text{ cm}, \quad \alpha = (50 \pm 1)^\circ$$

Po dosažení získáme: $\beta = (29,5 \pm 0,5)^\circ$, tedy s relativní chybou. Následně jsme provedli 15 měření za pomoci úhlooměru. Hodnota naměřeného úhlu s chybou určenou kombinací střední chyby aritmetického průměru a přímé chyby měření je: $\beta = (28,7 \pm 3,2)^\circ$. Rozdíl v teoretické a experimentálně naměřené hodnotě přisuzujeme deformaci hologramu, která vzniká, když je projekce zdroje světla blízko k vrypům. Tato deformace je tím větší, čím blíže k vrypům se projekce nachází, viz obr. 10.8.



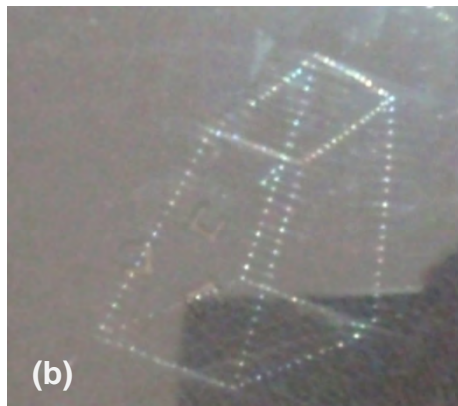
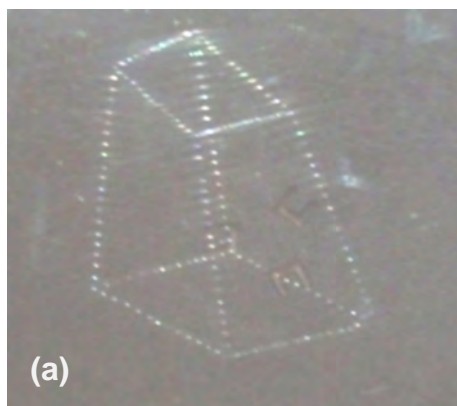
Obrázek 10.8: Deformace 2D hologramu „V“.

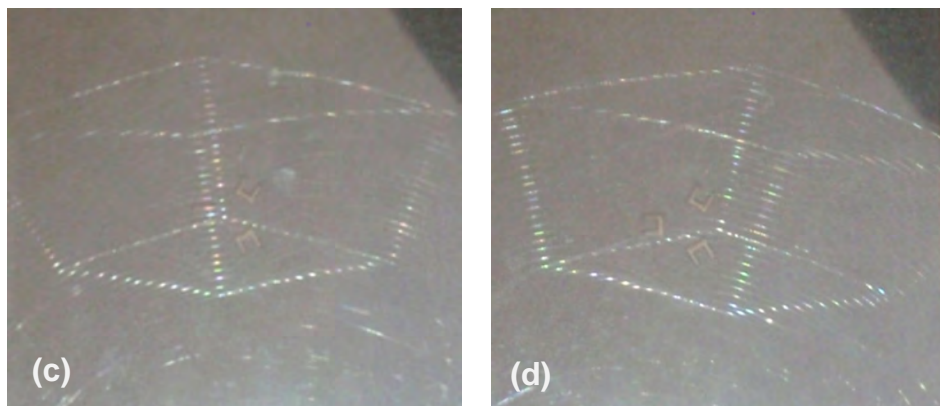
Naopak by se dalo očekávat, že čím dále bude projekce zdroje od vrypů, tak se bude hologram „V“ tím více podobat původnímu vzoru. Pro potvrzení (či vyvrácení) napíšeme program, který bude schopen velikost tohoto úhlu přesně spočítat (vycházíme z předešlého vztahu). Program byl vytvořen tak, aby bylo možné rychle a efektivně zadávat hodnoty proměnných parametrů a s maximální přesností určit teoretickou hodnotu příslušného úhlu. Pro výpočet zachováme parametry jako v předcházejícím výpočtu (přitom budeme brát střední hodnoty veličin), avšak zvolíme takové, aby se dalo považovat za „nekonečno“, např. výsledkem programu bude úhel: viz. obr. 10.9.


```
C:\Users\Libor\Documents\PAVEL\PROGRAMOVÁNÍ\vypocet uhlu\main.exe
Výpočet konvexního úhlu vizuálního trojúhelníka.
Zadej střední hodnotu délky ramena uzoru (v cm):
3.2
Zadel jste:3.2cm
Zadej střední vzdálenost projekce zdroje světla od vrcholu (v cm):
100000000
Zadel jste:1e+008cm
Zadej střední poloměr vrypů (v cm):
4
Zadel jste:4cm
Zadej úhel alfa (ve stupních):
50
Zadel jste:50°
Velikost úhlu beta je:50°
Přejete si pokračovat v dalším výpočtu? [ano/ne]
```

Obrázek 10.9: Postup programu

Nyní se již podívejme na hologramy v pravém slova pojetí (trojrozměrné objekty). Obr. 10.10a-d zachycují jev při experimentech s hologramem zobrazujícím trojrozměrný předmět – krychli (hologram je v těchto obrázcích identický; mění se pouze úhel pohledu), přičemž panely *a* a *b* analogicky odpovídají situaci znázorněné na schématu na obr. 10.4a (vrypý jsou uzavřeny k projekci zdroje), panely *c* a *d* schématu na obr. 10.7 (vrypý jsou otevřeny k projekci).





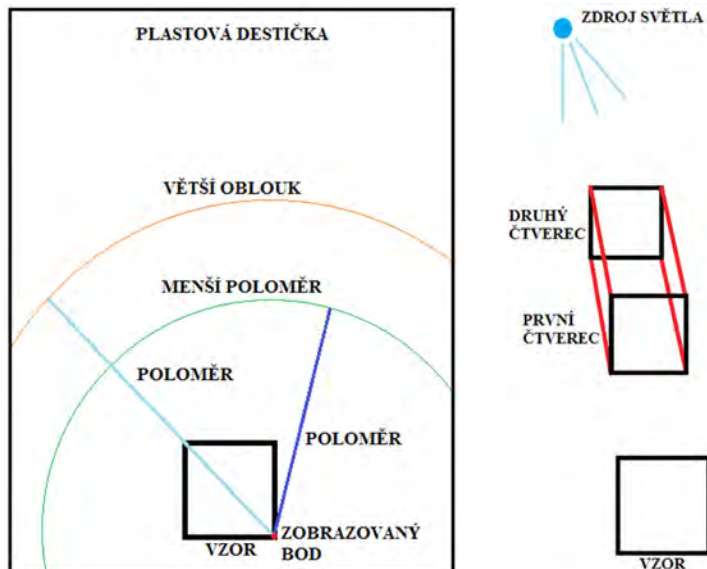
Obrázek 10.10: (a), (b) Hologram vnořené krychle: první a druhý pohled. (c), (d) Hologram vznášející se krychle: první a druhý pohled.

Výroba a další experimenty

Existuje více způsobů výroby hologramů, přičemž každá metoda má své výhody i nevýhody. Lze měnit poloměr vrypů (odpovídají tomu předchozí obrázky a výklad), nebo lze metodu zjednodušit na soustavu samotných kruhových vrypů, ležící těsně při sobě (teoretický popis se nezmění, jen dojde ke změně některých vlastností a situace se zjednoduší). Vhodnost výběru závisí na konkrétním případě. Obě metody budou v uvedeném pořadí postupně předvedeny.

Princip první metody bude ukázán na příkladu výroby hologramu „krychle“, která odpovídá obr. 10.2:

1. Vytvoříme na destičce čtverec složený z několika bodů (čím větší počet bodů na jednotku délky, tím lépe).
2. Z každého bodu vedeme dva vrypy o různých poloměrech (obr. 10.11a), které jsou ale pro každý bod stejné, my jsme zvolili 4 a 6 cm. Výsledkem bude soustava vrypů. Po osvětlení budeme na destičce pozorovat dva vizuální čtverce.
3. Z rohových bodů čtverce vedeme další vrypy od poloměru 4 až do 6 cm (obr. 10.11b), takže např. 4,2 cm, 4,4 cm apod. Tím dojde ke spojení rohů vizuálních čtverců (obr. 10.11b) a ke vzniku „krychle“.



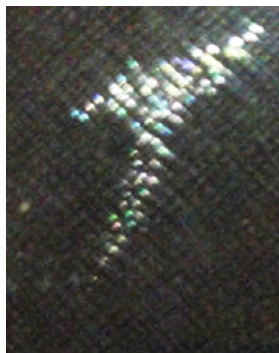
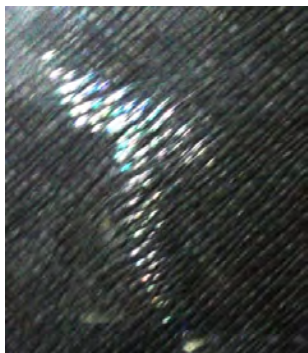
Obrázek 10.11: (a) Schéma postupu výroby 3D krychle, (b) vznik dvou čtverců a označení „spojovacích“ hran

Obdobným způsobem lze vyrobit i například kvádr. Pro výrobu jiných prostorových útvarů by se konkrétní postup musel pozměnit, ale princip tvorby by zůstal stejný: měnit poloměr vrypů. Bližší informace o tvorbě dalších hologramů na [10.2].

Zadáním úlohy je vytvořit hologram s iniciály IYPT. Nejprve vytvoříme jeho 2D hologram, viz. obr. 10.12. Kvůli manuální náročnosti výroby celého hologramu vyrobíme pouze jeho část (písmeno „T“). Pro převedení do prostoru můžeme z každého bodu písmena vést vrypy, čímž se docílí jistého prostorového vjemu, viz. obr. 10.13

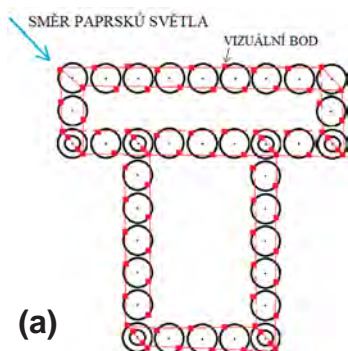


Obrázek 10.12: 2D hologram IYPT

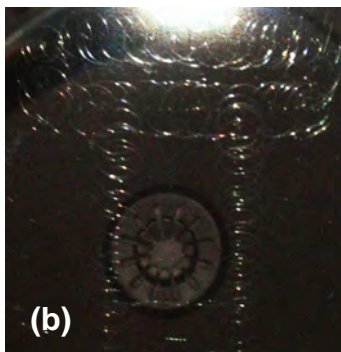


Obrázek 10.12: Převedení písmena do prostoru: dva různé pohledy.

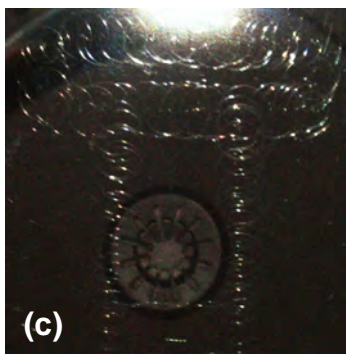
Hologram „T” lze ale vyrobit i již zmíněným druhým způsobem. Můžeme využít poznatků geometrické optiky a na destičce vytvořit soustavu kruhových vrypů (po osvětlení se objeví na jednom vrypu dva vizuální body, všechny vizuálními body pak vytvoří prostorový dojem), podobně jako na obr. 10.13a (vrypů mohou ležet i přes sebe; umístění je čistě ilustrativní; byl zvolen poloměr vrypů), a po osvětlení zdrojem světla uvidíme hologram písmena „T”, viz. obr. 10.13b-d.



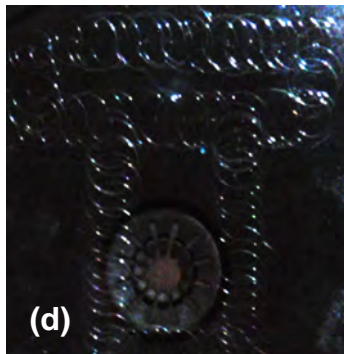
(a)



(b)



(c)



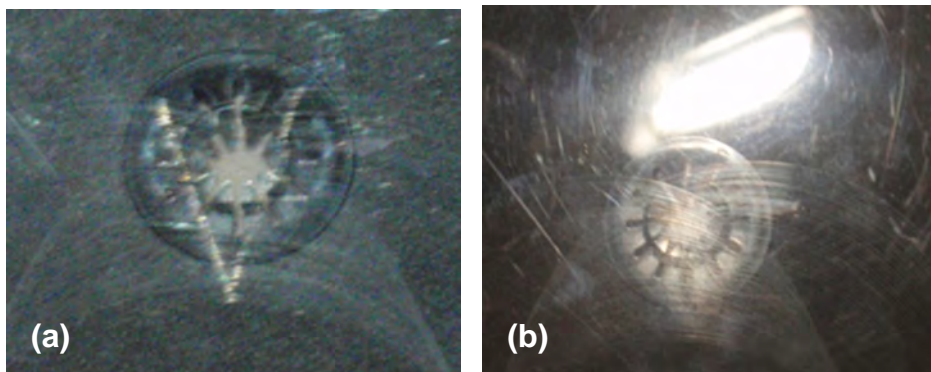
(d)

Obrázek 10.13: (a) Schéma polohy vrypů na destičce. (b), (c), (d) Převedení písmena do prostoru: tři různé pohledy.

Použití druhé metody nese s sebou nese několik změn ve vlastnostech hologramu. Opět můžeme měnit úhel pohledu na projekci zaznamenaného objektu, ale už zde nedochází ke změně velikosti hologramu (tak, jako tomu bylo např. u krychle na obr. 10.10). Můžeme si jej tak prohlížet jak v horizontální, tak i vertikálním smyslu a koukáme stále na stejný obrazec (v případě krychle se změnila z „vnořené“ na „vznášející se“ a naopak).

Na hologramu můžeme pozorovat a tedy i zkoumat celou řadu jeho zajímavých vlastností, související jak s jeho fyzikální povahou, tak s parametry ovlivňujícími možnosti a výsledek pozorování. My se zaměříme na studium těch vlastností, které jsou z hlediska jeho fyzikální podstaty nejrelevantnější, přičemž experimenty budeme provádět na zavedeném modelu 2D hologramu, tak i opravdových hologramech.

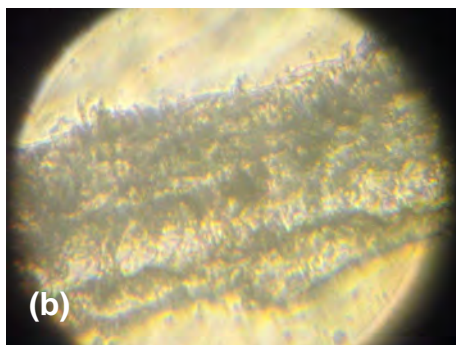
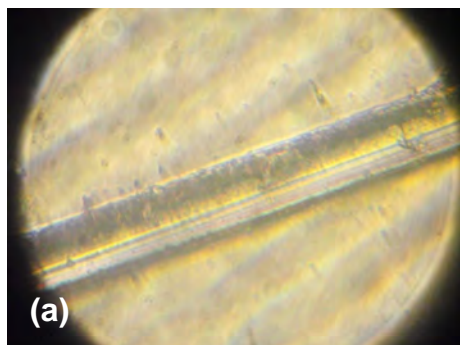
Z hlediska nejlepší pozorovatelnosti hologramu se ukázalo jako důležité, aby byla projekce hologramu do roviny destičky dostatečně bodová (nelze explicitně mluvit o bodovosti zdroje; Slunce též není bodovým zdrojem, ale hologram v něm lze pozorovat výborně). V opačném případě bude hologram rozmazaný. Obr. 10.14a zachycuje „ostrý“ hologram, obr. 10.14b „rozmazaný“ hologram. Důvodem, proč se při použití plošného zdroje světla hologram jeví jako rozmazaný, je ten, že každý bod projekce plošného zdroje se chová jako samostatný zdroj (tzn. množina bodových projekcí), který generuje sám o sobě jedno „V“, které či ležící de facto přes sebe.



Obrázek 10.14: Pohled (a) při bodovém a (b) při plošném zdroji světla.

Při prvních experimentech s hologramy se ukázalo, že podstatný vliv na jejich pozorování má mj. i hrubost (resp. jemnost) rýh. Pokud jsou rýhy jemné, je jejich vnitřní struktura málo deformovaná, rýhy dobře odráží i propouštějí světlo, viz obr. 10.15a,c.

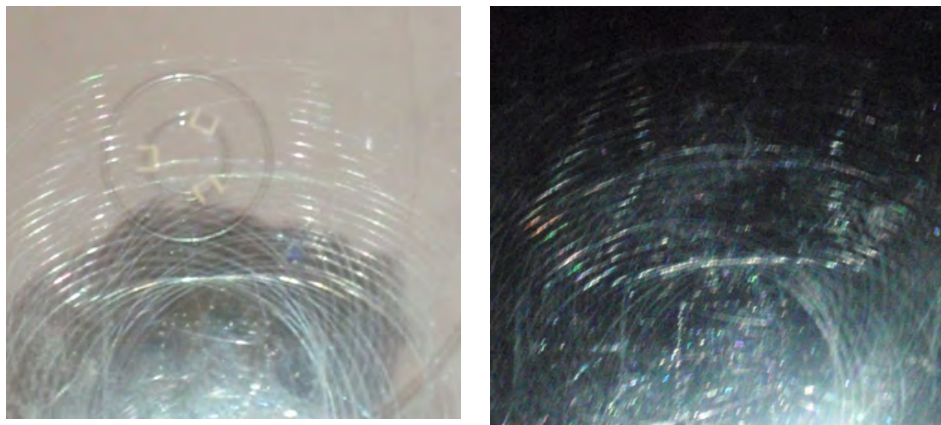
Naopak u hrubých vrypů vzniká soustava různě orientovaných plošek ve vnitřní struktuře (obr. 10.15b), což závratně zvyšuje pravděpodobnost absorpce a rozptylu dopadajícího světla, tj. hologram nemůže být pozorován, viz srovnání obr. 10.15b a 10.15d.



Obrázek 10.15: (a), (b) Detail vnitřní (a) jemného a (b) hrubého vrypu (zvětšení 150×). (c) Jemné vrypy vedou k dobře pozorovatelnému hologramu, zatímco (d) hrubé vrypy prakticky znemožňují pozorování. Při experimentech byly přitom zachovány všechny ostatní relevantní parametry, tj. všechny kromě hrubosti vrypů.

Jak jsme dříve avizovali, prováděli jsme experimenty pouze s reflexním módem. Nyní ukážeme, jak se změní výsledek použitím transmisního módu.

Z obr. 10.16 je zjevné, že jedinou vizuální změnou v pozorování v obou módech je změna v jasnosti hologramu. To přisuzujeme optickým vlastnostem plastu – lomí se méně světla, než se odráží, a také se uplatňuje větší míra absorpce.



Obrázek 10.16: Porovnání (a) reflexního a (b) transmisního módu.

Výsledky a diskuze

Byl prostudován princip hologramu a prozkoumány nejdůležitější relevantní parametry, určující vlastnosti hologramu.

K vytvoření hologramů bylo použito dvou různých metod, které se projevily rozdílem v několika vlastnostech hologramů. V případě první metody jsme na destičce určili vzor (např. v případě výroby krychle čtverec) a z každého bodu jsme vedli kružnice o různých poloměrech a v určitých situacích při osvětlování mohlo docházet i ke změně velikosti obrazce. Tato vlastnost se projevila jak u zavedeného modelu (2D hologram), tak u hologramu (kde navíc docházelo ke změně prostorové pozice). V případě druhé metody jsme vytvářeli blízko sebe menší kružnice a při osvětlení jsme mohli pozorovat obrazec, k jehož změně velikosti nedocházelo. Chování hologramů vytvořené oběma metodami se shoduje s teoretickými závěry postavenými na pravidlech geometrické optiky. Nelze ale říci, že by výsledky byly ve všech případech ekvivalentní – v případě výroby hologramu písmena „T“ se ukázalo jako lepší použít druhou metodu nežli první.

U prvního způsobu výroby je dále nutné diskutovat ještě jeden jev, který na fotografiích není pozorován. Při pohledu na hologram dvou krychlí (viz. obr. 10.2) vlastníma očima byste si mohli povšimnout (mohli, nemuseli!), že místo jedné spodní krychle (tato část rýh je otevřena k projekci) jsou vidět dvě. Horní krychle (část rýh je uzavřena k projekci) naopak bude vždy jedna. Tuto abnormalitu přisuzujeme způsobu zpracování vnějšího podnětu mozkiem, který situaci nesprávně vyhodnotí, a proto vidíme dvě krychle (i přes všechna pozitivní experimentální ověření naší teorie). Jev si blíže ozřejmíme. Podíváme-li se na destičku pouze jedním okem, uvidíme projekci zdroje světla v jistém bodě destičky a budeme se souhlasem teoretické predikce pozorovat dvě krychle. Podíváme-li se druhým okem, bude situace analogická, jen budeme krychle a projekci pozorovat na jiných místech. Podíváme-li se oběma očima, uvidíme obraz projekce na jednom místě destičky (analogie: podíváte-li se např. na svůj prst jedním okem, uvidíte ho v určité pozici vůči pozadí, podíváte-li se druhým okem, uvidíte ho též, ale v jiné pozici; podíváte-li se oběma očima, nevidíte dva prsty, ale jeden). Stejně tak uvidíte jednu

svrchní krychli, ale u spodní už můžete vidět dvě. Jednu uvidíte v případě, je-li projekce dostatečně daleko od rýh. Tento fenomén nezapadá do kontextu předložené teorie a naší hypotézou je, že jev souvisí se způsobem vnímání a zpracování informací mozkiem.

Dále bylo experimentálně i teoreticky zjištěno, jak poloha a bodovost zdroje světla ovlivní kvalitu pozorování hologramu. Pro nejlepší pozorování musí být projekce zdroje světla dostatečně bodová (to se týká obou metod, i když u druhé je požadavek méně kritický kvůli malému poloměru rýh). V případě první metody nevznikaly žádné „paralelní“ obrazce, u druhé metody nedochází k rozostření na vrypech. Dále v případě první metody se vzhledem ke kvalitě ukázalo jako nutné volit přiměřenou vzdálenost projekce zdroje od vrypů, aby nevznikal hologram příliš deformovaný, v našem případě v přibližném rozmezí 10 až 15 centimetrů (ideálně, aby rozměry rýh byly zanedbatelné oproti této vzdálenosti; experimentálně bylo zjištěno, že tato vzdálenost nemůže být libovolně velká - nejpravděpodobnější příčinou je zákon o odrazu světla s uvážením rozptylu světla na vrypech, tento fakt není ale již řádně experimentálně prostudován a jedná se čistě o hypotézu).

Zároveň s touto metodou a polohou zdroje světla souvisí i velikost hologramu. V případě, že je projekce zdroje světla orientována na uzavřené vrypy (odpovídá tomu obr. 10.4a), bude se hologram jevit menší, než kdyby byla projekce orientována na otevřené vrypy (odpovídá tomu obr. 10.5).

Je vhodné zdůraznit, že jsme hologramy vytvářely na kruhových vrypech. Není ale zřejmé, jestli je tvar kružnice tou nejvhodnější křivkou (dokonce se jeví, že není, [10.4]). My jsme ji použili pro její technickou nenáročnost (lze ji ve srovnání s ostatními křivkami jednoduše vyrobit). Fyzikálně dochází na všech křivkách ke stejnému jevu, nedošlo tak z hlediska studování fyziky těchto hologramů k žádné újmě.

Výsledkem experimentů s rýhami bylo zjištění, že hologramy nemohou být pozorovány na všech vyrobených vrypech. Vrypy musí mít nedeformovanou strukturu, u které nedochází ke značnému rozptylu ani absorpci světla. Je navíc nutné ještě jednou zdůraznit způsob, jakým jsme vytvářeli vrypy na povrchu plastové destičky. Síla, kterou jsme k tomu použili, byla volena čistě od ruky, neboť je téměř nemožné objektivně stanovit její velikost, aspoň při použití této metody. S tím souvisí naše pojmenování vrypů za „jemné“ a „hrubé“.

Z dalších, nepředložených experimentů s jinými druhy plastů očekávaně vyplývá, že ne každý je vhodný. Musí mít specifické vlastnosti – poškrábáním plastu musí vzniknout lesklý odrazivý povrch (pro reflexní mód), nebo takový, pro který se světlo lomí a specificky rozptýlí (jako v našem případě; pro transmisní mód). Jiné materiály světlo více pohlcejí a hologram tak není pozorovatelný. Zároveň se podařil jev pozorovat na jiných materiálech než plastových – např. na karoserii automobilu.

Závěr

Princip studovaného druhu hologramu je plně vysvětlen zákony geometrické optiky. Podařily se nalézt nejdůležitější relevantní parametry ovlivňující pozorování – bodovost zdroje, jemnost rýh, použitý materiál a mód pozorování, velikost poloměru rýh, použitá metoda výroby, vzájemná poloha zdroje světla a rýh a v neposlední řadě intenzita ozařování destičky. Podobně jako u tištěných hologramů není zapotřebí použití koherentního zdroje světla.

Výsledkem práce je, že jsme úspěšně vytvořili a pozorovali hologramy, prostudovali jejich vlastnosti a popsali jejich princip (všechny fotografie v tomto příspěvku jsou originální). Na základě zákonů geometrické optiky jsme odvodili vztah pro výpočet úhlu dvourozměrného hologramu, zavedeného modelu, a tento výsledek jsme potvrdili i experimentálně.

Zdroje

- [10.1] Wikipedia: the free encyclopedia. [online]. 2001- [cit. 2014-07-25]. Článek dostupný na: <http://cs.wikipedia.org/wiki/Holografie>.
- [10.2] W. Beaty, *Drawing Holograms by Hand*, Proc. SPIE-IS&T Electronic Imaging **5005**, 156 (2003). Dostupné též na adrese na: <http://amasci.com/amateur/hand1.html>.
- [10.3] I. Martchenko, S. Świdwiński, R. M. Namin, A. Klishin, A. Mamoika, a Ł. Gładczuk, . Preparation to the Young Physicists' Tournaments' 2014 [online].c2014 [cit. 19.6.2014]. Dostupné na: http://ilyam.org/FDD_2014_IYPT_Reference_kit.pdf.
- [10.4] C. Regg, S. Rusinkiewicz, W. Matusik a M. Gross, *Computational Highlight Holography* [online].c2010 [cit. 10.8.2014]. Dostupné na: http://gfx.cs.princeton.edu/pubs/Regg_2010_CHH/highlight-holography.pdf.
- [10.5] W. T. Plummer a Leo R. Gardner, *A mechanically generated hologram?* Applied Optics **31**, 6585 – 6588 (1992).
- [10.6] A. G. Augier, a R. B. Sánchez, *Making computer –generated scratch holograms from threedimensional virtual models*. Photon. Lett. Pol. **2**, 153 – 155 (2010).

Poděkování

Chtěl bych tímto srdečně poděkovat vzdělávacímu projektu Talnet a MFF UK za poskytnuté zázemí a odbornou pomoc. Zejména bych chtěl poděkovat svému konzultantovi Bc. Davidu Wagenknechtovi za podnětné a cenné rady, které mi při sepisování tohoto příspěvku do sborníku TMF poskytl.

11. Posudek úlohy „Hologram“

David Wagenknecht

Zadání úlohy Hologram z Turnaje mladých fyziků 2014 dává za úkol zkonstruovat stejnojmenný „třírozměrný obrázek“. Hologram má být vytvořen ručně škrábáním do plastu, dále pak mají být zkoumány jeho principy a vlastnosti. V textu Pavla Kůse jsme si mohli přečíst o fungování rytého hologramu a diskuzi hlavních parametrů; pojďme se podívat na stěžejní výsledky, na možnosti složitějšího matematického popisu a zamysleme se nad použitelností těchto hologramů v praxi.

První část textu je věnována problematice hologramů a jejich definic. Při použití tohoto slova si každý se základní znalostí optiky představí objekt založený na interferenci koherentních svazků. Druhou variantou jsou v dnešní době používané bezpečnostní holografické prvky. V řešení úlohy je diskutováno, že rytý hologram je založen na odrazu světla a že jej lze vysvětlit geometrickou optikou. Z běžné definice hologramu se používá obecnější část charakterizující obraz podle odlišné podoby v závislosti na úhlu pohledu. Není přitom opominut fotografický důkaz, že ryté hologramy tuto vlastnost mají. Studium parametrů včetně diskuze je obsáhlé, všechna tvrzení jsou podložena a pozorované výsledky se shodují s popisem a s dostupnou literaturou (hlavně [11.1]). Zkoumaných jevů a charakteristik je mnoho, počínaje funkčností (podmínky pro odraz nebo průchod světla), až po hrubost rýh nebo zdroje světla. Rozložení vrypů, a tedy i bodů, na kterých dochází k odrazu, je použito k teoretickému popisu vedoucímu na spojení velikosti hologramu (úhlové rozteče jeho bodů) v závislosti na parametrech vyrytých kružnic. Z geometrické optiky je tímto způsobem získán relativně složitý vztah, který je konfrontován s měřeními a na základě shody výsledků je teorie považována za správnou. Skeptický čtenář si může na základě návodu hologram sám vyrobit a prozkoumat uvedená tvrzení, přičemž k tomu stačí kus plastu a kružítko se dvěma hroty.

Stinnou stránkou textu je fenomenologičtější povaha řešení a absence složitějšího matematického řešení. V práci též není uvedena rešerše literatury nebo diskuze již známého software určeného k výrobě rytých hologramů, např. [11.2], jejichž výstup stačí vytisknout. Zde je na úvaze každého čtenáře, zda by podobný způsob řešení pomocí již hotového programu odpovídal řešení úlohy TMF. Mírně chybí exaktnější důkaz prostorovosti 3D hologramů ve smyslu, zda rozdílný směr pohledu je ekvivalentní stejné změně úhlu pozorování reálného předmětu – jednalo by se o náročné, ale vhodné měření.

V diskuzi je hypotéza o stereoskopickém vidění, která ale není v žádném ze známých článků a spíše by byla vysvětlitelná lidským vnímáním objektů než vlastnostmi hologramu. Zajímavé jsou dvě různé metody konstrukce (dle volby středu a poloměru rytých kružnic), které ale podstatu jevu nemění a jen hologram různě zkreslují a každou část jinak deformují.

Podívejme se nyní na některé odborné články o problematice škrabaných hologramů. Začneme s [11.1], kde je princip fungování popsán na základě rozptylu světla na vrypech a vzhledem k inspirování se Pavla Kůse tímto textem se nelze divit shodě výsledků. Pro čtenáře zajímavějšího se o téma lze doporučit partii článku ukazující paralelu se známějšími duhovými (rainbow) hologramy [11.3], které jsou zaznamenávány laserem, a díky více vrstvám lze dosáhnout barevného vjemu – s trochou nadšázky je můžeme označit za dokonalejší ryté hologramy. Pavel Kůs v diskuzi zmiňuje, že slabší částí jeho přístupu je použití neoptimálního kruhového tvaru vrypů. To je pravdou, proto jsou v [11.4] použity vrypy tvořící část jiných kuželoseček: parabol pro odraz a hyperbol pro transmisi. Proč právě ty? Odpověď lze najít v analytické geometrii, neboť jde o množiny bodů s pevnou vzdáleností od ohniska a přímky, respektive od dvou ohnisek. Při vhodné geometrii bude světlo přicházející z nekonečna a odrážející se od parabolického vrypu fokusováno do přesně definovaného bodu – do ohniska. Málokterému čtenáři unikne, že v reálné aplikaci nelze zůstat u rovinných objektů, ale vše se musí odehrávat ve třech rozměrech. To není pro autory článku problém; jejich přístup spočívá v definování 3D modelu objektu, který chtějí zobrazit a jeho jednotlivé body se stanou ohnisky parabol. S trochou výpočetního výkonu, získají rozložení vrypů na odrazivé ploše vedoucí k požadovanému obrazu. Kromě teoretických výpočtů v publikaci stojí za pozornost též reálná výroba hologramů pomocí jemného frézovacího stroje. Zajímavostí je i možnost barevnosti hologramů dosažitelné vybarvením vrypů a nelze zapomenout ani na diskuzi 3D vjemu, kterého je pro některé úhly pozorování dosaženo znásobením vrypů. K přehledu literatury stojí též zmínit [11.5], kde autoři obdobně jako v předchozím zmíněném článku vytvoří počítačový model, ale následně je použit laser místo rytí hrotem. Není uveden matematický popis, na druhou stranu je obsáhlejší diskuze prostorovosti obrazu, přičemž k tomuto dojmu bylo jako u Pavla Kůse použito více kruhových vrypů. Nahlédnutí lze doporučit čtenářům, které zajímá hologram z jemnějších vrypů.

Na závěr se zamysleme, proč nejsou již dávno ryté hologramy použity v praxi, když mají tolik výhod. Důvodem nejspíš je, že oproti „pravým“ hologramům neposkytují skutečný 3D záznam předmětu a pro jiné aplikace se již rozmohla snadnější a efektivnější výroba duhových hologramů.

Řešení problému v podání Pavla Kůse obsahuje výzkum velkého množství parametrů ovlivňujících tvorbu a zobrazení hologramů a z hlediska základní geometrické optiky je také vysvětleno jejich fungování. Teoretická a experimentální část jsou úzce propojeny a výsledky jsou vzájemně diskutovány. Text je přitom koncipován přehledně a srozumitelně, aby i čtenáři bez předchozí znalosti hologramů poskytl vhled do problému. Za přínosný lze považovat i návod na vlastní tvorbu hologramu realizovatelnou „na koleni“. Nedostatkem je jen absence pokročilejšího popisu, kde je ale nutné přihlídnout ke složitosti problému a ke středoškolské úrovni matematického a fyzikálního aparátu řešitele úlohy. Výsledná zpráva je kvalitní odpovědí na zadání, a navíc také ukazuje, do jaké míry mohou být úlohy Turnaje mladých fyziků zpracovány a bude jediné dobře, když bude svým obsahem a komplexním pojetím inspirací pro soutěžní týmy do dalších let.

Citace

- [11.1] W. J. Beaty. *Drawing holograms by hand*, Proc. SPIE 5005, Practical Holography XVII and Holographic Materials IX, 156 (2003); <http://dx.doi.org/10.1117/12.478434>.
- [11.2] Neznámý autor. <http://3dalter.50megs.com/index.html>. Citováno červen 2014
- [11.3] F. T. S. Yu, A. M. Tai, a Hsuan Chen, *One-Step Rainbow Holography: Recent Development and Application*. Opt. Eng. **19**, 195666 (1980); <http://dx.doi.org/10.1117/12.7972586>.
- [11.4] C. Regg, S. Rusinkiewicz, W. Matusik, a M. Gross, *Computational Highlight Holography*. ACM Transactions on Graphics (Proc. SIGGRAPH Asia), prosinec 2010, svazek 29; http://gfx.cs.princeton.edu/gfx/pubs/Regg_2010_CHH/index.php.
- [11.5] A. G. A. Calderín, R. B. S. Pérez, *Making computer-generated scratch holograms from three-dimensional virtual models*, Photonics Letters of Poland, **2**, 153 (2010); <http://dx.doi.org/10.4302/plp.2010.4.04>.

12. Řešení úlohy „Magnetické brzdy“ (Magnetic brakes)

Řešitelský tým Gymnázia Christiana Dopplera, William Tatarko

Zadání úlohy

Originální zadání: When a strong magnet falls down a non-ferromagnetic metal tube, it will experience a retarding force. Investigate the phenomenon.

Český překlad: Když padá silný magnet neferomagnetickou kovovou trubicí, působí na něj brzdící síla. Prozkoumejte tento jev.

Úvod

Zadání není příliš konkrétní, a tak jsme se nejdříve museli rozhodnout, jakým způsobem budeme úlohu řešit. Čistě teoretické řešení, a to i s velkými zjednodušeními, by vyžadovalo matematiku za hranicemi střední školy. Z tohoto důvodu jsme se úlohu rozhodli řešit především experimentálně. Avšak ani tak se řádné řešení fyzikálního problému nesmí obejít bez alespoň stručné teorie, která kromě pochopení fenoménu také umožní určit jisté predikce prováděných pokusů.

Teorie

Domníváme se, že nejlepším způsobem, jak jevy tohoto typu pochopit, je daný fenomén rozebrat od úplného počátku a následně se ubíráním jednotlivých zjednodušení přibližovat tak blízko realitě, jak nám naše schopnosti dovolují.

Aplikujeme-li tuto metodu postupu, začneme s volně padajícím magnetem. Vzhledem k tomu, že se v tomto modelu nenachází žádná trubka, je zcela zřejmé, že na magnet bude působit pouze gravitační síla

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}, \quad (12.1)$$

kde m je hmotnost magnetu a $\mathbf{g} \approx 9,81 \text{ ms}^{-2}$ je gravitační zrychlení, a také minoritně síla odporu okolního prostředí (v tomto případě vzduchu)

$$\mathbf{F}_d = \frac{1}{2} \rho \mathbf{v}^2 CS, \quad (12.2)$$

kde $\rho \approx 1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ je hustota vzduchu, \mathbf{v} je rychlost našeho magnetu oproti (v našich úvahách nehybnému) vzduchu, C je součinitel odporu a S je průřez magnetu (kolmý na směr pádu). V tomto základním modelu by se magnet pohyboval se zrychlením

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_g - \mathbf{F}_d}{m}, \quad (12.3)$$

Vzhledem k běžně malým rozměrům magnetů můžeme říci, že platí, $\mathbf{a} \approx \mathbf{g}$. S drobným zaokrouhlením tak dojdeme k závěru, že magnet bude padat (svisele dolů) rychlostí

$$v_m = \sqrt{2gh}, \quad (12.4)$$

kde h je vzdálenost, kterou již uletěl.

Pojďme k našemu základnímu modelu přidat nevodivou trubku. Na první pohled by se mohlo zdát, že se tímto nic změnit nemůže. To je ovšem špatná úvaha, neboť se změní proudění vzduchu v okolí magnetu. Ve výsledku nevodivá trubka pád ovlivnit nemusí, ovšem tím si nemůžeme být jistí bez dosazení konkrétních hodnot. V jednom extrémním případě, kdy by průměr trubky byl výrazně větší než magnet, nebude pád skutečně takřka vůbec ovlivněn, a můžeme tak aplikovat naši základní úvahu. V druhém extrémním případě, kdy by byl průměr trubky pouze tak velký, aby se do ní magnet mohl vejít, by vzduch v okolí nemohl nikudy proudit, a byl by tak tlačěn před padajícím magnetem, což by samozřejmě rychlost pádu snížilo. Bohužel jsme nebyli schopni najít vhodný vzorec pro brzdou sílu tekutého (trubkou) omezeného prostředí, ale můžeme očekávat, že tato síla bude větší než F_d .

Nyní již můžeme přejít k modelu obsahujícímu vodivou trubku. Základní princip není nijak složitý, neboť vzhledem k tomu, že se magnet (se zrychlením \mathbf{a}) oproti trubce pohybuje, dochází tak ke změně magnetického pole, díky čemuž se začne indukovat elektrické napětí. Tento proces popisuje Faradayův zákon elektromagnetické indukce vyjádřený vzorcem

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}, \quad (12.5)$$

kde je indukované (tzv. elektromotorické) napětí, t je čas a I je magnetický tok. Ten závisí na magnetické indukci \mathbf{B} a normálovém vektoru plochy vodiče \mathbf{S} (je úhel, který svírají vektory \mathbf{B} a \mathbf{S}):

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = BS \cos \theta \quad (12.6)$$

Již tedy víme, že se v trubce indukuje napětí, ovšem jak to zapříčiní zpomalení magnetu? Během našeho průzkumu jsme zjistili, že existuje vícero způsobů vysvětlení vzniku síly, která působí proti \mathbf{a} pád tak zpomaluje. Nakonec jsme se z několika důvodů (viz dále) rozhodli úlohu řešit pomocí Lorentzovy síly. Ta říká, že na náboj q , který se pohybuje rychlostí \mathbf{v} a je pod vlivem magnetické indukce \mathbf{B} , působí síla \mathbf{F}_m definovaná vztahem

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}. \quad (12.7)$$

Nesmíme pozapomenout na Lenzův zákon. Ten říká, že indukovaný elektrický proud v uzavřeném obvodu má takový směr, že svým magnetickým polem působí proti změně magnetického indukčního toku, která je jeho příčinou. V oblastech pod magnetem se magnetické pole stává intenzivnějším, neboť se magnet k těmto místům přibližuje, zatímco v oblastech nad magnetem magnetické pole naopak ustává, protože se od nich magnet vzdaluje. Z tohoto důvodu bude díky Lenzově zákonu směr proudu před magnetem opačný než za ním. To umožní působení reakce na Lorentzovu sílu proti pádu magnetu. Bez něj by naše vysvětlení nedávalo smysl, neboť kdyby v trubce tekli proud všude stejným směrem, museli bychom (v případě, že by magnet padal v ose trubky) vzhledem

k symetrii dojít k závěru, že veškeré síly na náboje v trubce se po vektorovém součtu vykrátí. Tato teorie ovšem naráží ve dvou bodech na relativně velká zjednodušení. Prvním je úvaha, že magnet bude padat středem v ose trubky, což jak jsme v experimentech zjistili nejen, že nemusí být vždy pravda, ale dokonce se takřka nikdy nenastane. Druhým zjednodušením jsou elektrické proudy v trubce. Přesnější označení pro proudy v objemových vodičích je vířivé proudy. Jak už z názvu vyplývá, rozložení těchto proudů nemusí být tak jednoduché, jako v případě tenké cívky, o které jsme běžně uvažovali.

Jiným způsobem řešení by mohla být například úvaha o dvou magnetických polích působících proti sobě. Zdrojem jednoho by byl padající permanentní magnet, zatímco druhé by vzniklo dle Lenzova zákona indukci. Spočítat sílu mezi dvěma magnetickými poli sice možné je, ale vyžaduje to buď velká zjednodušení (např. nahrazení pólů body), což v tomto případě není možné už jen kvůli skutečnosti, že nemůžeme vědět, jak přesně magnetické pole způsobené indukci vypadá. Navíc, i kdybychom dokázali tuto sílu vyjádřit, jednalo by se o relativně složitý vzorec, se kterým by bylo obtížné pracovat a vyvozovat z něj různé závislosti. Z těchto důvodů jsme v tomto řešení nepokračovali, a omezili jsme se na prozkoumání předpovědí, které jsme schopni odvodit pouze na základě zjednodušených úvah vycházejících ze vztahu pro Lorentzovu sílu.

Pojďme k naší teorii přidat ještě několik závislostí, které nám později poslouží v experimentální části. Ze vzorce (12.7) je zřetelné, že zpomalovací síla F_m je přímo úměrná na proud I . Dle Ohmova zákona platí

$$I = \frac{\varepsilon}{R}. \quad (12.8)$$

Zde je viditelná přímá úměra proudu I a elektromotorického napětí ε a nepřímá s elektrickým odporem R . Dále je indukované napětí dle vzorce (12.5) přímo úměrné rychlosti změny magnetického toku Φ , respektive magnetické indukce \mathbf{B} . Vzhledem k tomu, že rychlost změny je úměrná rychlosti pádu magnetu \mathbf{v}_m , dostaneme se k závěru, že síla F_m je přímo úměrná rychlosti pádu magnetu \mathbf{v}_m .

Celkové zrychlení získané rozšířením vzorce (12.3) tedy zní

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{F}_g - \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_m}{m}, \quad (12.9)$$

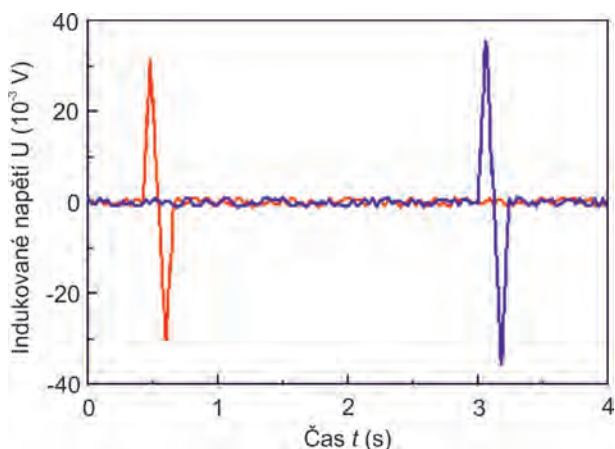
Vzhledem k tomu, že dokud se bude zrychlení magnetu vlivem \mathbf{F}_g zvyšovat, bude se zároveň zvětšovat \mathbf{F}_m i \mathbf{F}_d , které v zjednodušeném případě působí přesně proti \mathbf{F}_g , a zrychlení směrem dolů tak snižují, je zřejmé, že po dostatečně dlouhé době musí nastat tzv. terminální rychlost, tedy stálá rychlost, kdy $\mathbf{a} = 0 \text{ m s}^{-2}$.

Experimenty

V našem případě jsme používali pouze jednu trubku. Jednalo se o měděnou trubku délky $l_t \approx 1,5 \text{ m}$, vnějšího poloměru $r_t \approx 14 \text{ mm}$ a tloušťky stěny $d_t \approx 2 \text{ mm}$. K experimentu jsme použili sadu několika stejných neodymových magnetů, které jsme mohli do trubky vhazovat samostatně nebo ve skupině až tří magnetů. Jeden magnet měl hmotnost $m_m \approx 10 \text{ g}$ a průměr $d_m \approx 9 \text{ mm}$. Lepší by samozřejmě bylo použít více trubek i magnetů. Tak bychom mohli vyvodit další závislosti, jako např. míru vlivu \mathbf{F}_d . Bohužel jsme neměli

dostatek prostředků ani času, a proto jsme museli experimenty provádět pouze s jednou sadou. Vzhledem k poměru rozměrů magnetu a průměru trubky jsme se rozhodli odporovou sílu F_d zanedbat. Jsme si však vědomi toho, že trubka není natolik široká, abychom mohli říci, že na pád vliv nemá.

V případě této úlohy nastává také problém, jak rychlost pádu měřit. Běžně bychom z videozáznamu mohli vyčíst přesný pohyb. Tuto variantu nám ovšem znemožňuje neprůhledná stěna měděné (nebo jakékoliv jiné dostupné elektricky vodivé) trubky. Zařízení, která by se na rozdíl od kamery dostala skrze měděnou stěnu, jsme bohužel neměli k dispozici. Dalším způsobem, jak získat přehled o tom co se v trubce děje, by bylo magnet přivázat na provázek a například pomocí kladky sledovat jeho druhý konec. To by ovšem magnetu znemožnilo jakýkoliv jiný pohyb nežli ten vertikální. Vzhledem k tomu, že jsme v průběhu experimentu zjistili, o jak zajímavý pohyb se jedná, jsme se nakonec přiklonili k finálnímu řešení, které sice neposkytuje natolik detailní informace, ale za to zcela zanedbatelným způsobem ovlivňuje chování magnetu. Rozhodli jsme se sledovat indukovaná napětí na cívkách umístěných na trubce. Celý proces měření rychlosti probíhal tak, že jsme okolo trubky umístili dvě navinuté cívky (od trubky samozřejmě izolované) navzájem vzdálené 0,4 až 1,4 m. Ty jsme napojili na osciloskop a pomocí něj jsme již sledovali časový rozdíl mezi indukcí napětí na první a na druhé cívce. Ze vzdálenosti cívek a času bylo již možné jednoduchým způsobem vypočítat rychlost magnetu. Náš osciloskop bohužel neumožňuje zapojení více než dvou cívek, a tak jsme pro ověření případného výkyvu terminální rychlosti museli cívky po trubce posouvat. Nikdy jsme však nezměřili nezanedbatelně velkou odchylku, takže můžeme říci, že předpoklad dosažení terminální rychlosti po relativně krátkém čase (v řádu desetin vteřiny) je skutečně splněn. Přestože terminální rychlost byla dosažena celkem rychle, museli jsme ponechat dostatečný čas pro ustálení rychlosti, a tak horní cívka nesměla být přímo u horního konce trubky (vzdálenost 50 cm již byla bezpečná). Ukázkový výstup z osciloskopu je na obrázku 12.1. Pro získání časového intervalu jsme pouze označili body v horizontálních středech výchylek a program nám již sám vypočítal horizontální vzdálenost těchto bodů (v tomto případě přibližně 2,7 s).



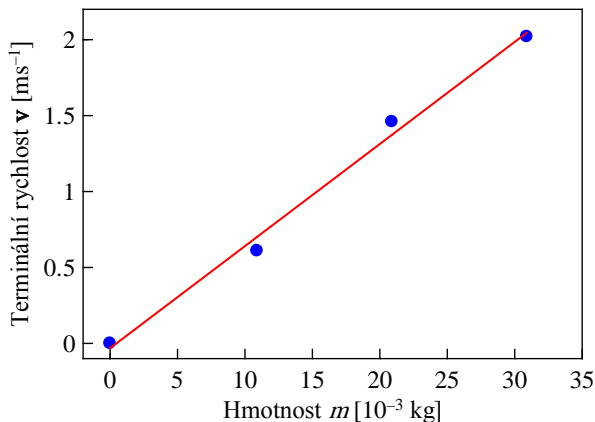
Obrázek 12.1: Průběh napětí indukovaných na měřících cívkách ovinutých kolem trubky. Zámkit odpovídá průletu magnetu středem dané cívky.

Závislost terminální rychlosti na hmotnosti magnetu

Po potvrzení samotného fenoménu zpomalování a ověření vzniku terminální rychlosti jsme se rozhodli otestovat závislost terminální rychlosti na hmotnosti magnetu, resp. magnetu spolu se závaží. Kdybychom použili těžší magnet (případně více spojených magnetů najednou), ovlivnili bychom tak i ostatní parametry (např. \mathbf{B}), kvůli čemuž by bylo z tohoto experimentu nemožné vyvozovat nějaké závěry. Za závaží jsme zvolili kus modelíny, neboť se jedná o nevodivý materiál, ve kterém se tak nemůže indukovat napětí, díky čemuž opět nehrozí narušení výsledku z důvodu změny ostatních parametrů.

Z výsledků experimentu bychom měli dostat lineární závislost. To je z toho důvodu, že zanedbáme-li ve vzorci (12.9) \mathbf{F}_d , zjistíme, že terminální rychlost (tedy $\mathbf{a} = 0 \text{ ms}^{-2}$) nastane, když bude platit $\mathbf{F}_g + \mathbf{F}_m = 0$. Vzhledem k tomu, že síly působí proto sobě, můžeme říci, že magnet terminální rychlosti dosáhne při $|\mathbf{F}_g| = |\mathbf{F}_m|$. Jelikož $|\mathbf{F}_g|$ je přímo úměrné hmotnosti magnetu m a nemění se s časem, zatímco $|\mathbf{F}_m|$ je přímo úměrné rychlosti pádu \mathbf{v}_m , je zřejmé, že rychlost \mathbf{v}_m bude při dosažení $|\mathbf{F}_g| = |\mathbf{F}_m|$ (mluvíme tedy o terminální rychlosti) přímo úměrná hmotnosti m .

Měření jsme provedli celkem pro 3 hmotnosti včetně varianty bez závaží (obr. 12.2). Do grafu jsme také přidali nulový bod, protože v případě magnetu o nulové hmotnosti by na něj působila nulová síla \mathbf{F}_g i \mathbf{F}_m , a magnet by tak zůstal nehybný, jeho terminální rychlost by tedy byla 0 ms^{-1} .



Obrázek 12.2: Dosažená terminální rychlost v závislosti na hmotnosti padajícího objektu.

Vliv tloušťky kovové stěny

Je evidentní, že v případě trubky s větším vnitřním poloměrem by byl efekt zpomalení méně výrazný, protože magnetické pole se vzdáleností slábne. V tomto experimentu jsme se však rozhodli otestovat, jakým způsobem by pád magnetu ovlivnila jinak tlustá

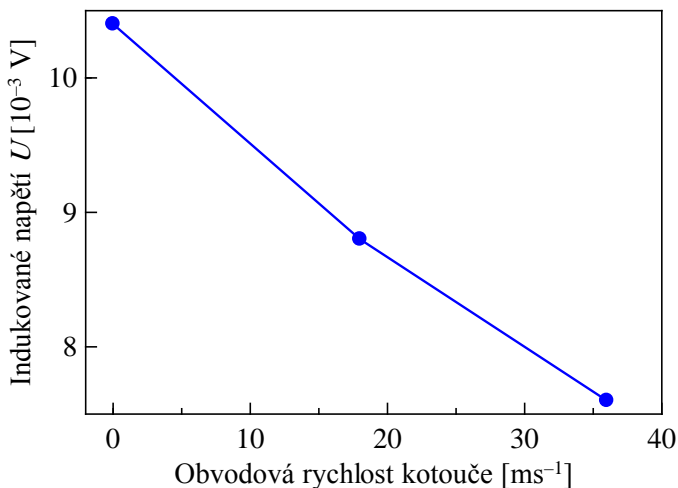
stěna při zachování vnitřního poloměru. Předpoklad, že by síla F_m byla výrazně větší není tak lehké doložit, neboť magnetické pole může být vnitřní částí trubky „pohlčeno“, a tak by se k vnějším částem trubky nemuselo „dostat“.

Nejprůkaznější by bylo experiment provést se sadou různě tlustých trubek (o stejném vnitřním poloměru) a sledovat případně měnící se dobu pádu stejného magnetu. My jsme ovšem takovou sadu neměli, a tak jsme si museli vystačit s náhradním experimentálním uspořádáním. Proto jsme se rozhodli umístit na jednu stranu vodivé desky magnet a na druhý Hallovu sondu (viz obr. 12.3), která by měřila napětí odpovídající intenzitě magnetického pole. Pro eliminaci nepřesností jsme se rozhodli připevnit magnet na vodivou desku a pohybovat s celou deskou. Jako vodič nám v tomto experimentu posloužil hliníkový kotouč, který jsme vrtačkou mohli roztáčet libovolnou rychlostí. Obvodová rychlost (v místě odpovídajícímu poloměru, kde byly magnet a Hallova sonda umístěny) nám v tomto případě posloužila k simulaci nastavitelné rychlosti pádu magnetu. Ačkoliv chování může být v případě trubky (tedy nerovného povrchu) jiné, princip musí zůstat stejný. Náš kotouč a trubka měly přibližně stejné vlastnosti, jelikož měrný elektrický odpor mědi, je přibližně 1,7 krát menší než u hliníku, avšak kotouč měl oproti trubce mírně větší tloušťku.



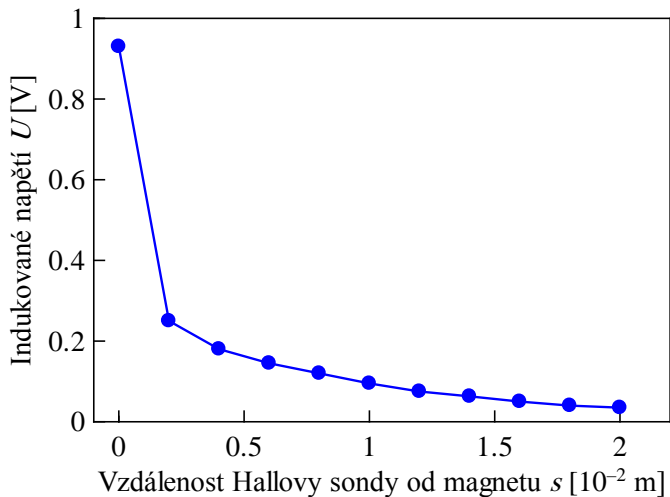
Obrázek 12.3: Experimentální uspořádání pro zkoumání vlivu tloušťky vodiče. Magnet (vlevo) je připevněn na hliníkovém kotouči (uprostřed), který je roztáčen elektrickou vrtačkou.

Nejprve jsme napětí změřili s kotoučem v klidu. Takto jsme zjistili, jak moc je v této vzdálenosti intenzivní neoslabené magnetické pole našeho neodymového magnetu. K indukci v tomto případě samozřejmě dojít nemohlo, neboť se magnet vůči kotouči nepohyboval. Po té jsme však kotouč roztočili na maximální a následně také na poloviční rychlost a sledovali změny v intenzitě pronikajícího magnetického pole.



Obrázek 12.4: Napětí indukované na Hallově sondě v závislosti na rychlosti pohybu magnetu.

Z grafu na obr. 12.4 je evidentní, že intenzita magnetického pole s rostoucí rychlostí klesá. Ovšem při rychlostech, jakými se magnet pohybuje v trubce ($v_m \approx 0,6 \text{ ms}^{-1}$) je magnetické pole oslabeno pouze minimálně. Lze tedy říci, že trubka se silnější stěnou by zpomalení výrazně napomohla. To je však omezeno dosahem magnetického pole. Pro představu o dosahu magnetického pole jsme opět Hallovou sondou změřili napětí v různých vzdálenostech od magnetu (obr. 12.5).



Obrázek 12.5: Experimentální uspořádání pro zkoumání vlivu tloušťky vodiče. Magnet (vlevo) je připevněn na hliníkovém kotouči (uprostřed), který je roztáčen elektrickou vrtačkou.

Síla magnetu

Abychom získali nějakou představu o síle našeho magnetu, rozhodli jsme se za pomoci jednoduchého experimentu zjistit, jak velkou hmotnost je schopný unést. Mezi dva magnety, které jsme se později snažili odtrhnout od sebe, jsme vložili tenký kus papíru, který sloužil výhradně k pohodlnějšímu (a tedy i méně „cukavému“) tahání. Spodní magnet byl položen na feromagnetickém závaží, které leželo na váze. Pomocí pomalého zvyšování síly jsme postupně váze ulehčovali tíhu závaží. Celkovou sílu jsme tedy získali rozdílem tíh, které váha ukazovala v klidné poloze a při odtržení dvou magnetů od sebe.

Náš magnet unesl tíhu necelých 10 N. Díky tomuto poznatku, jsme mohli vypočítat i magnetickou indukci B . Použili jsme k tomu vzorec

$$B = \sqrt{\frac{2F\mu_0}{S}}, \quad (12.10)$$

kde F je maximální tíha, jakou je schopný magnet udržet, $S \approx 2,5 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ je průřez magnetu a $\mu_0 \approx 1,257 \times 10^{-6} \text{ Hm}^{-1}$ je permeabilita vakua. Naši F odpovídá $B \approx 0,5 \text{ T}$.

Závislost terminální rychlosti na teplotě vodiče

Již jsme prokázali lineární závislost terminální rychlosti na hmotnosti magnetu. Tehdy jsme ovšem uvažovali o neměnném elektrickém odporu trubky. Dle Ohmova zákona (12.8) je proud (který přímo ovlivňuje terminální rychlost) nepřímo úměrný odporu R (uvažujeme o stálém napětí). Pro odpor ovšem platí

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S}, \quad (12.11)$$

kde ρ je rezistivita, l je délka vodiče a S je průřez vodiče. V našem případě je l i S konstantní (zanedbáváme teplotní roztažnost), zatímco ρ se v závislosti na teplotě mění a to dle

$$\rho = \rho_0(1 + \alpha \Delta t) \quad (12.12)$$

kde $\rho_0 \approx 1,69 \times 10^{-8} \text{ } \Omega\text{m}$ je rezistivita mědi za pokojové teploty, Δt je změna teploty a v případě mědi je teplotní součinitel elektrického odporu $\alpha = 4 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. Nyní si již můžeme být jistí, že terminální rychlost je závislá na teplotě. Zbývá to experimentálně potvrdit.

Abychom mohli pozorovat změnu terminální rychlosti, která by byla dostatečně velká na to, abychom ji mohli připsat změně teploty, musela by tato změna být relativně výrazná. Z tohoto důvodu jsme použili suchý led, který jsme nasypali do trubky, a tu jsme tak z původních 20°C ochladili na přibližně -50°C . Za pokojové teploty byla terminální rychlost $0,61 \text{ ms}^{-1}$, zatímco při -50°C jsme naměřili $0,52 \text{ ms}^{-1}$. Naměřená terminální rychlost byla tedy o 15 % menší než za pokojové teploty. Dle teorie by měla být menší dokonce o 28 %. Domníváme se, že důvodem této odchylky byl čas od vyprázdnění trub-

ky do vhození magnetu, ve kterém se trubka kvůli velmi dobré tepelné vodivosti mědi stačila okolním vzduchem ohřát, a zvýšit tak svůj odpor. Vzhledem k rychlému a hlavně nerovnoměrnému ohřívání jsme nemohli provést měření za více teplot.

Rotace magnetu

Během našich ostatních experimentů jsme si všimli, že magnet padá celkem nepřírodně. Očekávali jsme, že bude padat středem trubky (jestliže je ve středu vypuštěn), avšak magnet krátce po vypuštění zamířil ke stěně, přičemž se většinou jednalo o stejné místo. Na tomto specifickém místě někdy zůstal, někdy kolem něj kroužil po části obvodu osciloval, a někdy ho dokonce zcela ignoroval a kroužil dokola po obvodu trubky. Nejříve jsme toto chování připisovali asymetrii trubky. Po té, co jsme ji otočili, jsme ovšem zjistili, že se magnet po vypuštění vydává stále stejným směrem, a to na světový sever. Po tomto objevu, jsme začali uvažovat o možnosti magnetického pole Země, které by to teoreticky mohlo ovlivňovat. Nakonec jsme však dalším experimentem zjistili, že oním místem nemusí být vždy sever. Jediné zbývající vysvětlení je mírný náklon trubky, kterého jsme si vzhledem k délce trubky nemuseli všimnout. To by vysvětlovalo, proč se při stejném experimentu (respektive stejném upevnění trubky) magnet vždy vydal stejným směrem, zatímco při rekonstrukcích se tento směr změnil.

Nejprve jsme tomu nevěnovali pozornost, ale ze zpětného zkoumání videozáznamů jsme upozorovali, že pohyb záleží na tom, zda vhadujeme dva nebo tři spojené magnety. Prvním rozdílem je již zmíněné kroužení po obvodu trubky během pádu. V obou případech docházelo v přibližně 50 % případech k relativně ustálenému pádu na preferovanou straně. Ovšem v případě kroužení jsme u dvou magnetů sledovali většinou nedokončené otáčky (již zmíněná oscilace), zatímco v případě tří spojených magnetů jsme pozorovali celé otáčky (během pádu magnet trubku obkroužil až sedmkrát).

Dalším rozdílem mezi spojením dvou a tří magnetů je způsob, jakým se u stěny pohybují. Dva spojené magnety se po stěně zdánlivě kutálí. Nejsme si však jistí, zda dochází ke klasické rotaci, nebo zda magnet po stěně spíše klouže. Během experimentu jsme neslyšeli žádné drhnutí o stěnu, což by nasvědčovalo kutálení, které by samozřejmě bylo méně hlučné. Toto však nemůžeme brát za průkazné. Naopak v případě tří spojených magnetů se ke stěně natáčí pólem. Většinou se nám zdálo, že se magnet stěny nedotýkal (byl vzdálený odhadem 1 až 2 mm). Z video záznamů jsme ovšem většinou slyšeli nepatrný pisklavý zvuk, jak magnet mírně drhnul o stěnu. Uvědomíme-li si, že trubka je kulatá, zjistíme, že střed magnetu bude od stěny vzdálený přibližně 0,9 mm, i když jeho hrany už budou drhnout. Toto by vysvětlovalo, proč jsme viděli drobnou mezeru, i když jsme neměli žádné zdůvodnění, proč se magnet prve ke stěně přiblíží, ale následně se jí nedotkne. Toto byla pravděpodobně chybná domněnka způsobená obtížným pozorováním vnitřku trubky.

U dvou magnetů jsme toto vzhledem ke kutálení samozřejmě nemohli pozorovat, ovšem u třech spojených magnetů se nám z pozorování zdálo, že nepadají zcela vodorovně, ale že konec, který je blíže ke stěně, je trochu níže. Magnet byl tedy odhadem nakloněn přibližně o 20° až 30°. Toto pozorování by také dokládalo výstup z oscilometru, který ukazoval proud indukovaný na první a druhé cívice vždy stejným směrem. Nejprve jsme se domnívali, že by to mohlo být způsobeno magnetickým polem Země. To by mohlo fungovat na základě nerovnoběžnosti siločar tohoto pole s povrchem Země. Pro-

blém ovšem nastává, že jsme statistickým házením (60 hodů) zjistili, že magnetu je jedno, jakým pólem se vydá dolů. Nyní si myslíme, že by to šlo připsat aerodynamice, neboť vzhledem k asymetrickému umístění magnetu dochází také k asymetrickému proudění – vzduch je nucen proudit na opačné straně, než na té, kde se magnet dotýká stěny, a magnet tak může trochu natočit.

Shrnutí problému

V naší práci jsme teoreticky vysvětlili vznik tohoto fenoménu. Zároveň jsme (kromě samotného experimentálního důkazu) otestovali mnoho parametrů, které ovlivňují terminální rychlost padajícího magnetu. Také jsme se kvantitativně zabývali rotací magnetu během jeho pádu.

Autoři

Ngo Ngoc Anh

Studentka Gymnázia Cheb v letech 2007 – 2015. Třikrát se probojovala do republikového kola Turnaje mladých fyziků, v němž se svým týmem (v němž v posledním ročníku působila jako kapitánka) získala 1., 2. a 3. místo. <http://ngongoc.blog.idnes.cz/>

Petr Chaloupka

Vědecký pracovník Fakulty jaderné a fyzikálně inženýrské, ČVUT v Praze. Člen vítězného družstva 10. Mezinárodního turnaje mladých fyziků.

Pavel Kůs

Student Gymnázia J. Š. Baara v Domažlicích. Úspěšný účastník Celostátní přehlídky Středoškolské odborné činnosti.

Hynek Němec

Vědecký pracovník Fyzikálního ústavu Akademie věd ČR. Člen vítězného družstva 9. Mezinárodního turnaje mladých fyziků a kapitán vítězného družstva 10. Mezinárodního turnaje mladých fyziků. <http://www.fzu.cz/~nemoc/>

Adam Šťastný, Jan Mazáč, Daniel Štěrba, Dalibor Repčec, Tomáš Lamich

Studují na Mendelově Gymnáziu Opava. Vítězové 27. ročníku republikového kola Turnaje mladých fyziků a účastníci Mezinárodního turnaje mladých fyziků v Shrewsbury.

William Tatarko

Student Gymnázia Christiana Dopplera v Praze. Dvakrát se probojoval do celostátního kola Turnaje mladých fyziků.

David Wagenknecht

Matematicko-fyzikální fakulta Univerzity Karlovy, čtyři roky organizátor a odborný poradce soutěžního týmu Talnet, účastník dvou ročníků Turnaje mladých fyziků.